

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ
СІКОРСЬКОГО»**

Факультет електроніки

(повна назва інституту/факультету)

Акустики та акустоелектроніки

(повна назва кафедри)

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

ДІДКОВСЬКИЙ В.С.

(підпис)

(ініціали, прізвище)

“ ” 20 p.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра

зі спеціальності (спеціалізації) 6.050803 Акустотехніка
(код та назва спеціальності)

(код та назва спеціальності)

на тему: Охоронний пристрій для виявлення рухомих об'єктів

Виконав: студент 4 курсу, групи ДГ-51
(шифр групи)

(шифр групи)

Подхалюзін Іван Валдимович

(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

Керівник _____ професор, д.т.н. Продеус А. М.
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Консультант _____
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

(назва розділу)

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Рецензент _____ (посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) _____ (підпис)

(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.

Студент _____
(підпис)

(підпис)

Київ – 2019 року

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

Інститут/факультет _____ електроніки _____
(повна назва)

Кафедра _____ акустики та акустoeлектроніки _____
(повна назва)

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність (спеціалізація) _____ 6.050803 Акустотехніка _____
(код і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Дідковський В.С. _____
(підпис) (ініціали, прізвище)

«__» _____ 20__ р.

**ЗАВДАННЯ
на дипломний проект (роботу) студенту**

Подхалюзіну Івану Вадимовичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема проекту (роботи) Охоронний пристрій для виявлення рухомих об'єктів

керівник проекту (роботи) _____ Продеус А.М., професор, д.т.н. _____,
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «__» _____ 20__ р. № _____

2. Строк подання студентом проекту (роботи) _____

3. Вихідні дані до проекту (роботи) математичні моделі для побудови виявлювачів рухомих об'єктів

4. Зміст (дипломної роботи) пояснювальної записки (перелік завдань, які потрібно розробити) _____

1. Вступ

2. Теоретичні засади виявлення сигналів на тлі шуму

3. Комп'ютерне моделювання системи виявлення

5. Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу (із зазначенням обов'язкових креслеників, плакатів, презентацій тощо) презентація

6. Консультанти розділів проекту (роботи)*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 20 вересня 2018 р

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1	Збір матеріалів для роботи. Аналіз науково-технічної літератури.	20.09.2018 - 21.10.2018	
2	Ознайомлення з існуючим програмним інструментарієм	21.10.18 - 20.11.18	
3	Обробка отриманих даних	21.11.18 - 10.03.19	
4	Надання рекомендацій щодо покращення ефективності виявлення рухомих об'єктів на тлі шуму	11.03.19 - 23.05.19	
5	Оформлення пояснювальної записки та презентації.	24.05.2019 - 01.06.2019	

Студент

(підпис)І.В. Подхалюзін
(ініціали, прізвище)

Керівник проекту (роботи)

(підпис)А. М. Продеус

* Консультантом не може бути зазначено керівника дипломного проекту (роботи)

РЕФЕРАТ

Алгоритми розпізнавання усної мови // Дипломна робота на здобуття ступеня вищої освіти «бакалавр». Подхалюзін І.В. Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», факультет електроніки, кафедра акустики та акустoeлектроніки, група ДГ-51. – К.:НТУУ «КПІ», 2019. с. – 67, рис. – 47, табл. – 4.

Метою роботи є розробка і виконання комп'ютерного моделювання алгоритму, який знадобиться у подальшому проектуванні датчика рухомих об'єктів.

В роботі проведено аналіз існуючих математичних моделей для побудови алгоритмів визначення сигналу на тлі шуму. Був детально представлений метод виявлення гармонічного сигналу на тлі шуму за допомогою швидкого перетворення Фур'є. Також було проведено порівняння цього методу з альтернативним, основна відмінність якого полягає у предметі оцінки. Відрізок часу в якому присутній фрагмент гармонічного сигналу точно так само розбивається на сегменти, але аналізується дисперсія сегментів. Важливо зазначити, що при такій оцінці втрачається можливість визначити прийнятну частоту, а отже втрачається і можливість визначення швидкості і напрямку рухомого об'єкта. Більш того, рівень сигналу при цьому має бути обов'язково більше ніж рівень шуму, інакше сигнал просто замаскується завадою.

Ключові слова: відношення сигнал-шум, швидке перетворення Фур'є, оптимальний виявлювач, кореляційна функція, спектральна щільність потужності.

ABSTRACT

Speech recognition algorithms // Thesis for a degree of higher education "Bachelor". Podkhaliuzin I. V. National Technical University of Ukraine "Kiev Polytechnic Institute named after Igor Sikorsky, Faculty of Electronics, Department of acoustics and acoustoelectronics, group DG-51. - K: NTUU "KPI", 2019. p. - 65, fig. - 47, tab. -4.

In this work we have made the analysis of existing mathematical models for the construction of algorithms for determining the signal against the background noise. A method for detecting a harmonic signal in the background of noise by means of a fast Fourier transform was presented in detail. Also, a comparison of this method with an alternative, the main difference of which lies in the subject of evaluation. The segment of time in which the fragment of the harmonic signal is present is exactly the same as segmented, but the segment variance is analyzed. It is important to note that with such an assessment, it is not possible to determine the accepted frequency, and therefore the possibility of determining the speed and direction of the moving object is lost. Moreover, the signal level at this should be necessarily more than noise level, otherwise the signal simply disguises the noise.

Key words: signal-to-noise ratio, fast Fourier transform, optimal detector, correlation function, spectral density of power.

Зміст

1. ВСТУП	8
2. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ НА ТЛІ ЗАВАД	Ошибка! Закладка не определена.
2.1. Оптимальне виявлення сигналів на фоні завад	Ошибка! Закладка не определена.
2.1.1. Ввідні зауваження	Ошибка! Закладка не определена.
2.1.2 . Помилки оптимального виявлення сигналів.....	Ошибка! Закладка не определена.
2.1.3 Критерії оптимального виявлення сигналів.....	
Ошибка! Закладка не определена.	
2.2. Оптимальне виявлення повністю відомого сигналу	15
2.2.1. Відношення правдоподібності і структура оптимального виявлювача	15
2.2.2. Випадок обмеженого за частотою гаусівського білого шуму	18
2.3 Характеристики виявлення оптимального приймача повністю відомого сигналу	22
2.3.1 Ввідні зауваження	22
2.3.2 Характеристики виявлення	23
2.3.3 Порогове відношення сигнал-шум.....	30
2.4 Оптимальний виявлювач сигналу із довільною початковою фазою. Ошибка! Закладка не определена.	
2.4.1 Ввідні зауваження	Ошибка! Закладка не определена.
2.4.2 Загальний випадок сигналів із параметрами які «заважають».....	Ошибка! Закладка не определена.
2.4.3 Синтез оптимального виявлювача сигналу із випадковою початковою фазою.....	33

2.4.4 Характеристики виявлення.....	36
2.4.5 Заключні зауваження	39
2.5 Оптимальний виявлювач сигналу з випадковими амплітудою фазою.....	О
шибка! Закладка не определена.	
2.5.1 Синтез оптимального виявлювача.....	42
2.5.2 Характеристики виявлення.....	Ошибка! Закладка не определена.
2.5.3 Неоптимальні виявлювані: типовий прийомний тракт.....	Ошибка! Закладка не определена.
2.5.4 Варіанти інтерпретації обробки сигналів у виявлювачах....	Ошибка! Закладка не определена.
3 КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ВИЯВЛЕННЯ.....	54
3.1 Виявлення повністю відомого сигналу.....	54
3.1.1 Постановка задачі.....	54
3.1.2 Метод обрахування.....	56
3.2 Виявлення сигналу з невідомою початковою фазою.....	57
3.3 Виявлення сигналу з невідомою початковою фазою і частотою.....	60
3.4 визначення порогу U_0	62
Висновок	64
Список літератури	65
Додаток.....	66

1. ВСТУП

Тема даної бакалаврської роботи є актуальною, оскільки спрямована на висвітлення теоретичних засад обробки сигналів в охоронних пристроях, що здатні виявляти рухомі предмети.

Детектори руху – пристрої призначені для виявлення рухомих об'єктів у межах деякого простору. Сфер застосування детекторів руху безліч - будь-який електричний пристрій можна налаштувати на реагування на рух людини або просто якийсь рухомий об'єкт у полі зору датчика руху, – тому проектування і розробка нових видів датчиків руху ще довгий час буде актуальною задачею. Частіше за все детектори руху використовують в і системах контролю та охорони – наприклад для систем автоматичного контролю освітленості чи клімату. У комплексах безпеки детектори руху можуть використовуватись у комбінації з прожекторами, сиренами, камерами відео спостереження, реагуючи на появу руху у полі свого зору. У будівлях і офісах датчиками руху зазвичай оснащують пристрої освітлення у приміщеннях, в яких людина знаходиться нетривалий проміжок часу, у коридорах чи на сходах.

Простота встановлення детекторів дозволяє швидко і без зайвих проблем підключити їх до систем охорони або освітлення. Найрозповсюдженіші

способи встановлення датчиків руху – на стінах, на стелі або поблизу пристрою яким керує датчик. Датчики які розташовуються на стелі мають, зазвичай, максимальний кут огляду – до 360 градусів. Настінні пристрої мають дещо менший кут огляду (90-240 градусів) і контролюють частину приміщення: простір біля сходинок, перед дверима або вікном і так далі. На сьогоднішній день існує багато видів детекторів руху, кожен з яких буде мати свої переваги та недоліки у різних конкретних умовах. Тому роздивимось основні види і проаналізуємо їх на предмет доцільності використання. Загалом детектори руху можна розділити на три категорії: активні, пасивні та комбіновані.

Пасивними називають детектори які самі не випромінюють сигнал, а лише займаються прийомом інформації з навколишнього середовища. Дія пасивних датчиків руху базується на аналізі прийнятого теплового (тобто інфрачервоного) випромінення.

Активні датчики для роботи використовують власний випромінений сигнал. І вже на основі аналізу відбитого від оточуючих поверхонь ехосигналу приймають рішення про відсутність або наявність руху. Такі датчики випромінюють сигнал за межами діапазону який здатна чути людина. У випадку ультразвукових датчиків така частота 20-60 кГц. А у випадку мікрохвильового датчика відповідно більше 60 кГц, як правило це 5.8 ГГц.

Комбіновані, або «датчики подвійної технології» являють собою поєднання одразу двох типів. Головна перевага таких датчиків це помітно менша кількість хибних спрацювань, адже для виявлення руху, комбінованому датчику потрібне спрацювання обох влаштованих у нього датчиків.

Мною був вибраний саме ультразвуковий датчик через його високу точність, малу ціну, здатність «бачити» крізь деякі матеріали, а також через його «іммунітет» до змін погодних умов навколишнього середовища. Із недоліків можна відмітити відносно невелику дальність дії (не більше 10- 15 м, що

однак не є проблемою зважаючи на вибрані мною умови роботи датчика), та вплив ультразвуку на тварин.

Фізичний принцип покладений в роботу приладу

Фізичний принцип, покладений в роботу приладу – ефект Доплера.

Випромінюється сигнал відомої частоти, через деякий час сигнал вертається назад, відбившись від деякої поверхні. Далі аналізується частота прийнятого сигналу – якщо вона більша за частоту випроміненого сигналу, то робиться висновок про рух об'єкта в бік пристрою. Якщо ж менше – то рух відбувається в бік від детектора. І нарешті у випадку коли частота така ж сама, або не відрізняється істотно – то робиться висновок що ніякого руху в полі зору детектора не відбувається.

Основні недоліки УЗ датчиків руху:

- більшість хатніх тварин чують ультразвукові хвилі, що як правило викликає у них сильний дискомфорт
- Відносно невелика дальність дії
- Спрацьовує тільки на достатньо різкі зміщення, якщо рухатись зовсім плавно, можливо обдурити УЗ датчик руху.

Переваги УЗ датчиків руху:

- відносно невелика вартість
- не піддається впливу оточуючого середовища
- визначають рух незважаючи на матеріал об'єкту
- мають високу працездатність в умовах високої вологості або запиленості
- не залежать від впливу температури оточуючого середовища або об'єктів



Схема роботи пристрою

2 ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ НА ТЛІ ЗАВАД

2.1 Оптимальне виявлення сигналів на фоні завад

2.1.1 Ввідні зауваження

Завдання виявлення сигналів на тлі перешкод - одна з найважливіших у ряді завдань, що вирішуються технічними засобами прийому і обробки акустичних, електричних, електромагнітних і інших сигналів. Технічну систему, яка вирішує таке завдання, іменуватимемо "виявлювач". Схематично виявлювач і вирішувану ним задачу можна зображувати так, як показано на рис.2.1



Рис.2.1

Тут $v(t)$ - функція часу (детермінована або випадкова), що описує сигнал;

A - випадкова величина з можливими значеннями $a_0=0$ и $a_1=1$, причому 0 відповідає ситуації відсутності сигналу, а 1 – ситуації наявності сигналу:

$$A = \begin{cases} a_0 = 0, & \text{нет сигнала;} \\ a_1 = 1, & \text{есть сигнал.} \end{cases}$$

$n(t)$ - завада («шум»), що представляє собою випадковий процес, який маскує сигнал;

B - випадкова величина з можливими значеннями $b_0=0$ і $b_1=1$, причому 0 відповідає прийняттю рішення про відсутність сигналу, а 1 – прийняттю рішення про наявність сигналу:

$$B = \begin{cases} b_0 = 0, & \text{решение : нет сигнала;} \\ b_1 = 1, & \text{решение : есть сигнал.} \end{cases}$$

2.1.2 Помилки оптимального виявлення сигналів

В роботі виявлювана можливі 4 ситуації:

- 1) a_0b_0 - правильне виявлення відсутнього сигналу;
- 2) a_0b_1 - хибна тривога;
- 3) a_1b_0 - пропуск сигналу;
- 4) a_1b_1 - правильне виявлення наявного сигналу

Через маскуючу дію завади, перелічені ситуації носять випадковий характер, і їх можна описати розподіленням ймовірностей

$$P(a_i, b_j), \quad i, j = 0, 1. \quad (2.1)$$

Можна поставити у відповідність кожній ситуації деяку числову величину R_{ij} , що характеризує втрати від неправильного рішення і яку прийнято [1] називати **ризиком** (інші назви: «штраф», «вартість помилки»). Наприклад, природно припускати

$$R_{00} = R_{11} = 0 \quad (2.2)$$

і

$$R_{10} = R_{01} = 1. \quad (2.3)$$

В принципі, сукупність з восьми чисел (2.1)-(2.3) вичерпним чином характеризує якість рішення задачі виявлення сигналу на фоні завад. Очевидно, однак, що замість цієї сукупності зручніше користуватися єдиним числовим показником, що називається «середнім ризиком»:

$$R_c = \langle R_{ij} \rangle. \quad (2.4)$$

З урахуванням (2.2)-(2.3) маємо:

$$R_c = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 R_{ij} P(a_i, b_j) = R_{01} P(a_0, b_1) + R_{10} P(a_1, b_0). \quad (2.5)$$

Враховуючи, що

$$\begin{aligned} P(a_0, b_1) &= P(a_0)P(b_1 | a_0) = P(a_0)F, \\ P(a_1, b_0) &= P(a_1)P(b_0 | a_1) = P(a_1)H, \end{aligned} \quad (2.6)$$

де $F = P(b_1 | a_0)$ - ймовірність «хибної тривоги» $H = P(b_0 | a_1)$ - ймовірність «пропуску сигналу», і позначаючи

$$D = P(b_1 | a_1), \quad (2.7)$$

$$\Lambda_0 = \frac{R_{01}P(a_0)}{R_{10}P(a_1)}, \quad (2.8)$$

де $D = P(b_1 | a_1)$ називають ймовірністю «правильного виявлення», з (2.5) отримаємо:

$$\begin{aligned} R_c &= R_{01}P(a_0)F + R_{10}P(a_1)H = R_{01}P(a_0)F + R_{10}P(a_1)(1 - D) = \\ &= R_{01}P(a_0)(1 - D + \Lambda_0 F) = R_{01}P(a_0)[1 - (D - \Lambda_0 F)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.1.3 Критерії оптимального виявлення сигналів

1) Критерій мінімального середнього ризику:

$$R_c = \min \quad (2.10)$$

Є найбільш загальним критерієм оптимального виявлення сигналу;

2) Критерій максимальної вагової різниці:

$$\alpha = D - \Lambda_0 F = \max \quad (2.11)$$

Еквівалент критерія мінімального середнього ризику;

3) Критерій ідеального спостерігача:

$$R_c = P_{ou} = P(a_0)F + P(a_1)H = \min \quad (2.12)$$

Еквівалентний критерієм (2.10)-(2.11) при виконанні умови (2.3);

4) Критерій максимальної правдоподібності:

$$\begin{aligned} P_{ou} = 0,5 (F + H) = \min \\ \text{или} \\ F + H = \min \end{aligned} \quad (2.13)$$

еквівалентний критерієм (2.12) за умови $P(a_0) = P(a_1) = 0,5$;

5) Критерій Неймана-Пірсона:

$$D = \max |_{F=\text{const}} \quad (2.14)$$

Еквівалентний критерію (2.11) при фіксації хибної тривоги. Враховуючи, що $D + H = 1$, отримуємо наступну трактовку критерія Неймана-Пірсона:

$$H = \min |_{F=\text{const}}. \quad (2.15)$$

Коментуючи перелічені вище критерії оптимальності виявлювача сигналу, відмітимо два найбільш суттєвих моменти.

По-перше, відмітимо існування тісного зв'язку критеріїв між собою. Це означає, що синтезуючи виявлювач, оптимальний в сенсі заданого критерія, ми маємо підстави сподіватись «автоматично» отримати систему, наближену до оптимальної в сенсі інших критеріїв

По-друге, з перерахованих критеріїв найбільш найбільш вдалим в сенсі практичного застосування виявився критерій Неймана-Пірсона – це пояснюється смисловою і практичною нерівноцінністю понять «хибна

тривога» і «пропуск сигналу». Фіксуючи хибну тривогу на заданому низькому рівні, ми тим самим гарантуємо ненастання незворотніх наслідків, які можуть статися, якщо буде прийняте помилкове рішення про наявність сигналу. Втім, погодимося, що «пропуск сигналу» також неоднозначний, але вже для спостерігача.

Приклад: Середній період $T_{\text{лт}}$ поява хибної тривоги встановлюється з тактичних вимог. Нехай, наприклад, $T_{\text{лт}} = 10^4 \text{ с} \approx 3$ години. Тривалість тональних радіолокаційних сигналів – величина порядку 1 мкс. Такою ж буде і тривалість хибного вибросу завади, що приймається за сигнал. Таким чином, ймовірність хибної тривоги складе $F = 10^{-6}/10^4 = 10^{-10}$. В гідролокації тривалості сигналів суттєво більші, тому, приймаючи для визначеності тривалість сигналу рівній 0,1 с, отримаємо $F = 10^{-5}$.

2.2 Оптимальне виявлення повністю відомого сигналу

2.2.1 Відношення правдоподібності і структура оптимального виявлювача

Охарактеризуємо виявлювач (рис.3.1) вирішуючою функцією

$$C(u_1) = B = \begin{cases} b_1 = 1, \\ b_0 = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

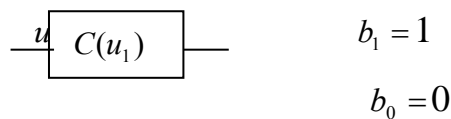


Рис.3.1

Будемо шукати правило прийняття рішення, виходячи з критерія:

$$\alpha = D - \Lambda_0 F = \max \quad (2.11)$$

Ймовірність правильного виявлення сигналу на фоні завади можна визначити через частоту правильних відповідей [2] через середнє значення ВВ $C(u_1) = B$:

$$D = P(b_1 | a_1) = \int_{-\infty}^{\infty} C(u_1) W_{cu}(u_1) du_1, \quad (3.2)$$

де u_1 - вектор, створений відліками суміші сигналу із завадою на часовому інтервалі існування сигналу (припустимо, що цей інтервал, як і сам сигнал, відомі точно), тому інтеграл у співвідношенні (3.2), по суті, багатократний;

$W_{cu}(u_1)$ - щільність розподілу суміші сигналу із завадою.

Прокоментуємо формулу (3.2) більш докладно. Нехай ВВ B приймає дискретні значення $b_0=0$ або $b_1=1$, і нам необхідно експериментально оцінити ймовірність отримання значення $b_1=1$. Оцінкою імовірності, очевидно, буде частота отримування $b_1=1$ у серії з N дослідів:

$$\tilde{P}(b_1) = \frac{\sum_{i=1}^N B_i}{N}, \quad (3.3)$$

Яка, як не важко здогадатись, представляє собою ніщо інше як оцінку МО ВВ B . Значить імовірність $P(b_1)$ можна представити як МО ВВ B :

$$P(b_1) = \sum_{i=0}^2 b_i P(b_i), \quad (3.4)$$

де $P(b_i)$ - розподілення імовірностей дискретної ВВ B .

А тепер припустимо, що ВВ B є результатом функціонального перетворення системи ВВ $\{U_1, U_2, \dots, U_M\}$, яка представляє собою відліки деякої випадкової функції часу $U(t)$ у дискретні моменти часу $\{t_1, t_2, \dots, t_M\}$:

$$B = C(U_1, U_2, \dots, U_M). \quad (3.5)$$

Тоді можна записати

$$P(b_1) = \sum_{i=0}^2 b_i P(b_i) = \int \dots \int_{u_1} C(u_1, u_2, \dots, u_M) W(u_1, u_2, \dots, u_M) du_1 du_2 \dots du_M, \quad (3.6)$$

де

$$P(b_i) = P[C(u_1, u_2, \dots, u_M)] = W(u_1, u_2, \dots, u_M) du_1 du_2 \dots du_M,$$

$W(u_1, u_2, \dots, u_M)$ - спільна щільність розподілення ймовірностей системи ВВ $\{U_1, U_2, \dots, U_M\}$.

Замінюючи для лаконічності позначень у (3.6) багатомірний інтеграл одним символом інтегрування, приходимо до запису вигляду (3.2).

Імовірність хибної тривоги визначається аналогічно співвідношенню (3.2):

$$F = P(b_1 | a_0) = \int_{-\infty}^{\infty} C(u_1) W_{uu}(u_1) du_1, \quad (3.7)$$

де $W_{uu}(u_1)$ - щільність розподілення завади.

Із (2.11) з урахуванням (3.2) і (3.7) отримуємо

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} C(u_1) [W_{cu}(u_1) - \Lambda_0 W_{uu}(u_1)] du_1 = \int_{-\infty}^{\infty} C(u_1) W_{uu}(u_1) [\Lambda(u_1) - \Lambda_0] du_1 = \max, \quad (3.8)$$

де

$$\Lambda(u_1) = \frac{W_{cu}(u_1)}{W_{uu}(u_1)} - \quad (3.9)$$

відношення правдоподібності.

Розглядаючи підінтегральний вираз співвідношення (3.8), підсумовуємо, що можливі дві ситуації:

$$\Lambda(u_1) - \Lambda_0 \geq 0 \quad (3.10)$$

та

$$\Lambda(u_1) - \Lambda_0 < 0. \quad (3.11)$$

У сполученні зі співвідношенням (3.1) це означає, що умова (2.11) виконується, якщо

$$\begin{aligned} C(u_1) &= 1 \quad \text{при} \quad \Lambda(u_1) \geq \Lambda_0, \\ C(u_1) &= 0 \quad \text{при} \quad \Lambda(u_1) < \Lambda_0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Таким чином (2.11) виявлювач повинен для сигналу, що спостерігається - $u_1(t)$, обраховувати відношення правдоподібності $\Lambda(u_1)$, порівнювати його з порогом Λ_0 і видавати рішення «є сигнал» при перевищенні порогу, і «нема

сигналу» - при відсутності перевищення. Структурна схема алгоритму оптимального виявлювача представлена на рис.3.2.

Відмітимо, що даний висновок справедливий безвідносно до виду розподілів $W_{cu}(u_1)$ і $W_u(u_1)$, які можуть бути довільними (не обов'язково гаусівськими).

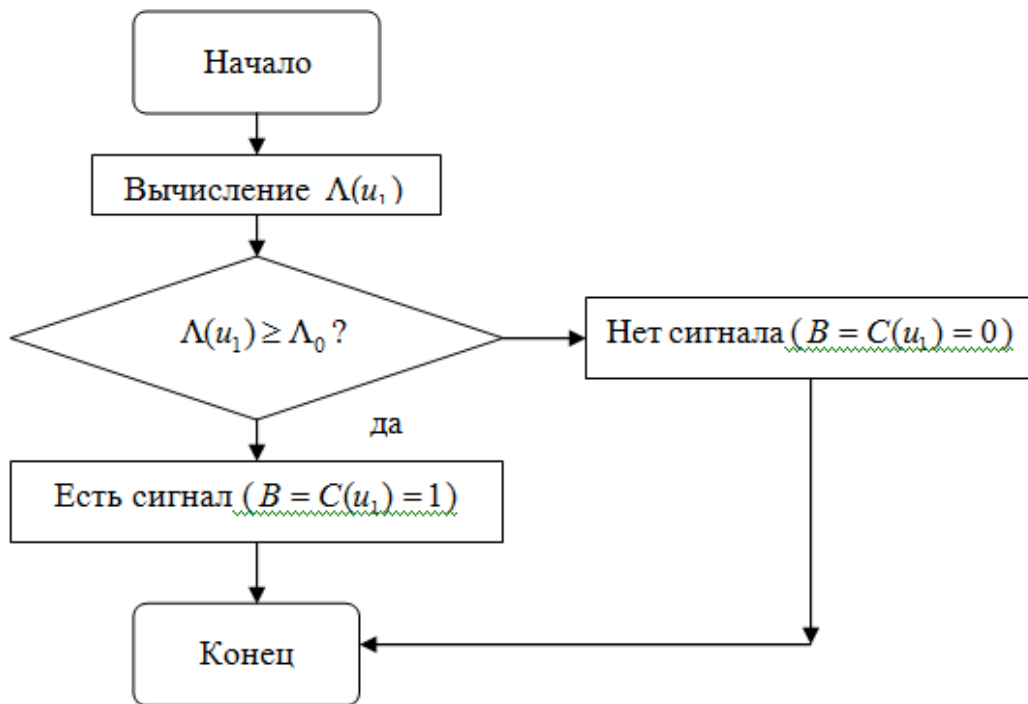


Рис 3.2

2.2.2 Випадок обмеженого за частотою гаусівського білого шуму

Щоб у явній формі записати вираз для відношення правдоподібності $\Lambda(u_1)$ і таким чином більш докладно окреслити структуру алгоритму оптимального виявлювача, необхідно зробити деякі припущення про властивості шуму, довільний характер якого породжує помилки у роботі виявлювача.

Припустимо що шум $n(t)$ - обмежений за частотою білий шум:

$$S(f) = \begin{cases} N_0/2, & |f| \leq f_s; \\ 0, & \text{дп. } f \end{cases}, \quad (3.13)$$

У цьому випадку можна показати, що

$$W_{uu}(u_1) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-m} \exp\left(-\frac{1}{N_0} \int_0^T u_1^2(t) dt\right), \quad (3.14)$$

де $u_1(t) = n(t)$, $m = 2Tf_\epsilon$, T - інтервал спостереження, рівний тривалості сигналу, що очікується $v_1(t)$.

Дійсно, згідно теореми Котельнікова, шум зі спектром потужності (3.13) можна представити у вигляді:

$$n(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} n(k\Delta t) \Psi_k(t), \quad (3.15)$$

де

$$\Psi_k(t) = \frac{\sin 2\pi f_\epsilon(t - k\Delta t)}{2\pi f_\epsilon(t - k\Delta t)}, \quad (3.16)$$

$$\Delta t = \frac{1}{2f_\epsilon}.$$

Піднесши у квадрат і інтегруючи по t співвідношення (3.15), а також враховуючи властивість ортогональності функції $\Psi_k(t)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_k(t) \Psi_l(t) dt = \begin{cases} 1/2f_\epsilon, & k = l; \\ 0, & k \neq l, \end{cases} \quad (3.17)$$

отримаємо

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} n^2(t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} n(k_1\Delta t) n(k_2\Delta t) \Psi_{k_1}(t) \Psi_{k_2}(t) dt = \\ &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} n(k_1\Delta t) n(k_2\Delta t) \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{k_1}(t) \Psi_{k_2}(t) dt = \\ &= \frac{1}{2f_\epsilon} \sum_{k=-\infty}^{\infty} n^2(k\Delta t) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Далі, роздивляючись $n(t)$ тільки на інтервалі $(0, T)$, можна приблизно записати

$$n(t) \approx \sum_{k=1}^m n(k\Delta t) \Psi_k(t), \quad (3.19)$$

І, з урахуванням (3.18),

$$\int_0^T n^2(t) dt \approx \frac{1}{2f_\epsilon} \sum_{k=1}^m n^2(k\Delta t) = \frac{1}{2f_\epsilon} \sum_{k=1}^m n_k^2. \quad (3.20)$$

Відліки n_k некорельовані, оскільки ФК процесу $n(t)$ має вид:

$$K(\tau) = N_0 f_s \frac{\sin 2\pi f_s \tau}{2\pi f_s \tau}, \quad (3.21)$$

У випадку гаусівського шуму відліки n_k ще і незалежні, тому m -мірна щільність імовірностей відрізка шуму $n(t)$ розпадеться на добуток m одномірних нормальних щільностей розподілу ймовірностей:

$$\begin{aligned} W_{t_1, \dots, t_m}(n_1, \dots, n_m) &= \prod_{k=1}^m W_{t_k}(n_k) = \prod_{k=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-n_k^2 / 2\sigma^2) = \\ &= (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-m} \exp\left(-1/2\sigma^2 \sum_{k=1}^m n_k^2\right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Враховуючи (8.20)-(8.21), із (8.22) отримуємо:

$$W_{t_1, \dots, t_m}(n_1, \dots, n_m) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-m} \exp\left(-1/N_0 \int_0^T n^2(t) dt\right) = W_u(u_1) \quad (3.23)$$

Отримаємо тепер співвідношення для $W_{cu}(u_1)$. Оскільки

$$u_1(t) = v(t) + n(t),$$

а сигнал $v(t)$ відомий точно, тоді статистичні властивості суміші сигналу з шумом повністю визначаються статистичними властивостями шуму. Це дозволяє, маючи аналітичний вираз щільності розподілу ймовірностей шуму (3.14), отримати аналогічний вираз для щільності розподілу ймовірностей суміші, формально замінюючи

$$n(t) = u_1(t) - v(t). \quad (3.24)$$

У результаті (3.23) та (3.24) отримуємо

$$W_{cu}(u_1) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-m} \exp\left(-\frac{1}{N_0} \int_0^T [u_1(t) - v(t)]^2 dt\right), \quad (3.25)$$

Таким чином відношення правдоподібності:

$$\Lambda(u_1) = \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \int_0^T [v^2(t) - 2u_1(t)v(t)] dt\right\} = \exp\left[-\frac{E}{N_0} + \frac{2E_{UV}(0)}{N_0}\right], \quad (3.26)$$

де

$$E = \int_0^T v^2(t) dt \quad (3.27)$$

енергія сигналу, а

$$E_{UV}(\tau) = \int_0^T u_1(t)v(t+\tau)dt \quad (3.28)$$

Кореляційний інтеграл сигналу $v(t)$ і суміші що спостерігається $u_1(t) = v(t) + n(t)$, при $\tau = 0$ рівний взаємній енергії сигналу і суміші.

Рішення «є сигнал» повинно прийматись при перевищенні порогу:

$$\Lambda(u_1) = \exp\left[-\frac{E}{N_0} + \frac{2E_{UV}(0)}{N_0}\right] \geq \Lambda_0 \quad (3.29)$$

Логарифмуючи ліву і праву частини нерівності (3.29), а також враховуючи монотонність і зростаючий характер логарифмічної функції, з (3.29) отримуємо:

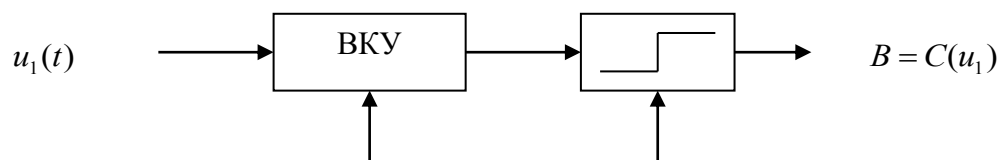
$$2E_{UV}(0)/N_0 - E/N_0 \geq \ln \Lambda_0$$

або

$$E_{UV}(0) = \int_0^T u_1(t)v(t)dt \geq \frac{N_0}{2} \ln \Lambda_0 + \frac{E}{2} = U_0. \quad (3.30)$$

Таким чином, у випадку обмеженого за частотою білого гаусового шуму оптимальний виявлювач повинен мати взаємно-кореляційний пристрій і обраховувати взаємну енергію «опорного» сигналу і суміші що спостерігається. Рішення про наявність сигналу в суміші приймається, якщо оцінка взаємної енергії перевищує поріг U_0 .

Структурна схема оптимального приймача для випадку обмеженого за частотою білого гаусівського шуму наведена на рис.3.3.



$$v(t) \qquad U_0$$

Рис.3.3

2.3 Характеристики виявлення оптимального приймача повністю відомого сигналу

2.3.1 Ввідні зауваження

У попередній частині було показано, що якщо спостереження повністю відомого сигналу виконується на фоні обмеженого за частотою білого шуму, тоді оптимальний виявлювач сигналу має вигляд послідовно сполучених коррелятора і порогового пристрою (рис.3.3). Тим самим була вирішена задача синтезу оптимального виявлювача.

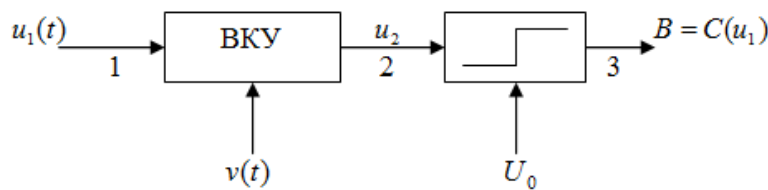


Рис.3.3

Оптимальне значення порогової величини U_0 , як слідує зі співвідношення (3.30),

$$U_0 = \frac{N_0}{2} \ln \Lambda_0 + \frac{E}{2}. \quad (3.30)$$

для деякої фіксованої Λ_0 залежить від двох параметрів: рівня завади N_0 і енергії сигналу E . Співвідношення (3.30) можна інтуїтивно інтерпретувати так: поріг U_0 повинен збільшуватись зі збільшенням рівня завади для уникнення росту хибної тривоги F . Складніше пояснити, чому при фіксованих Λ_0 і N_0 і з ростом енергії сигналу E також необхідно збільшувати поріг U_0 . Однієї інтуїції для цього недостатньо.

Таким чином очевидна необхідність аналізу оптимального виявлювача – аналізу, який базується не на інтуїції, а на аналітичних викладках.

У процесі такого аналізу стануть зрозумілими декілька речей:

- 1) корелятор виконує «стиснення» відрізка довільної функції часу у єдину випадкову величину;
- 2) аналіз властивостей оптимального виявлювана таким чином зводиться до аналізу статистичних властивостей ВВ на виході корелятора у двох випадках: за відсутності і за наявності сигналу;
- 3) якість виявлення, яка залежить від параметрів F и D , залежить від енергії сигналу і спектральної щільності завади, - точніше залежить від «відношення сигнал-завада», - і не залежить від форми сигналу;
- 4) структурна схема оптимального виявлювана не залежить від вибору критерія оптимальності.

2.3.2 Характеристики виявлення

Виведемо і проаналізуємо аналітичні вирази для F и D як функцій параметрів N_0 і E .

З цією метою розглянемо статистичні властивості ВВ $u_2 = E_{uv}(0)$ на виході корелятора у двох ситуаціях:

- за відсутності сигналу;
- за наявності сигналу.

А. Сигнал відсутній

На виході корелятора спостерігається ВВ $u_2 = n_2$:

$$n_2 = \int_0^T n_1(t)v(t)dt. \quad (4.1)$$

МО ВВ $u_2 = n_2$:

$$\langle n_2 \rangle = \int_0^T \langle n_1(t) \rangle v(t)dt = 0. \quad (4.2)$$

Дисперсія СВ $u_2 = n_2$:

$$\begin{aligned}
\sigma_2^2 &= \langle n_2^2 \rangle = \int_0^T \int_0^T \langle n_1(t_1) n_1(t_2) \rangle v(t_1) v(t_2) dt_1 dt_2 = \int_0^T \int_0^T K_n(t_1 - t_2) v(t_1) v(t_2) dt_1 dt_2 = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_n(t_1 - t_2) F_v(f_1) F_v(f_2) \exp[j2\pi(f_1 t_1 + f_2 t_2)] df_1 df_2 dt_1 dt_2 = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_v(f_1) F_v(f_2) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_n(t_1 - t_2) \exp[j2\pi f_1(t_1 - t_2) + j2\pi(f_1 + f_2)t_2] dt_1 dt_2 \right\} df_1 df_2 = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_v(f_1) F_v(f_2) S(f_1) \delta(f_1 + f_2) df_1 df_2 = \frac{N_0}{2} \int_{-f_g}^{f_g} |F_v(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} v^2(t) dt = \frac{N_0}{2} E,
\end{aligned} \tag{4.3}$$

При виводі співвідношення (4.3) ми скористалися перетворенням Вінера-Хінчина і перейшли від функції кореляції завади $K_n(\tau)$ до двостороннього спектру завади

$$S(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2}, & |f| \leq f_g, \\ 0, & \text{дп. } f, \end{cases} \tag{4.4}$$

Крім того, скористались «пінцетною властивістю» δ -функції, а також припустили, що спектр сигналу $F_v(f)$ повністю сконцентрований в межах смуги частот спектру завади $S(f)$ (рис.4.1).

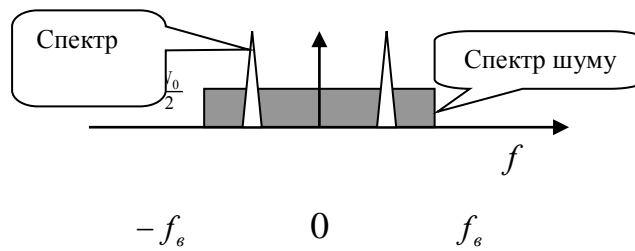


Рис.4.1

Зауваження Звернімо увагу – на вході виявлювача сигнал відсутній, але дисперсія ВВ на виході корелятора залежить від енергії сигналу. Це пояснюється тим, що у корелятора 2 входи, на другий вхід якого і подається сигнал («опорний»).

Враховуючи, що корелятор можна трактувати як лінійну систему з ІПХ $v(-t)$ (імпульсною перехідною характеристикою), на виході корелятора маємо нормально розподілену ВВ із щільністю розподілення ймовірностей

$$W_2(n_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 E}} \exp\left(-\frac{n_2^2}{N_0 E}\right). \quad (4.5)$$

Маючи цей закон розподілення ймовірностей можна аналітично представити імовірність хибної тревоги F як імовірність перевищення ВВ $u_2 = n_2$ порогу U_0 :

$$F = \int_{U_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 E}} \exp\left(-\frac{n_2^2}{N_0 E}\right) dn_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 E}} \int_0^{U_0} \exp\left(-\frac{n_2^2}{N_0 E}\right) dn_2 \quad (4.6)$$

Графік щільності (4.5) показаний на рис.4.2. Тут імовірність хибної тревоги F - площа під ділянкою кривої щільності, що відповідає умові $n_2 \geq U_0$.

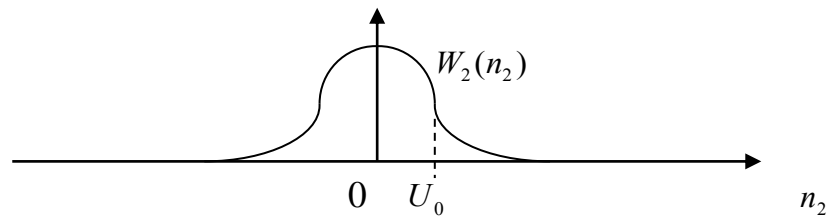


Рис.9.2

Врахуємо тепер, що існує табульована функція

$$\Phi(x) = \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt, \quad (4.7)$$

така, що

$$\Phi(x) = -\Phi(-x) = \begin{cases} 1, & x \rightarrow \infty; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x \rightarrow -\infty, \end{cases} \quad (4.8)$$

І графік якої представлений на рис.4.3а.

Позначаючи

$$t = \frac{n_2}{\sqrt{N_0 E}}, \quad \sqrt{N_0 E} dt = dn_2,$$

n_2	U_0	0
t	$\frac{U_0}{\sqrt{N_0 E}}$	0

із (4.6) отримуємо

$$F = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{U_0}{\sqrt{N_0 E}}} \exp(-t^2) dt = \frac{1}{2} [1 - \Phi(l_1)] , \quad (4.9)$$

Де відносний поріг l_1 визначається співвідношенням:

$$l_1 = \frac{U_0}{\sqrt{N_0 E}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}\sigma_2} . \quad (4.10)$$

З формул (3.30), (4.10) і графіку $F = F(l_1)$, зображеного на рис.(4.3б), слідує

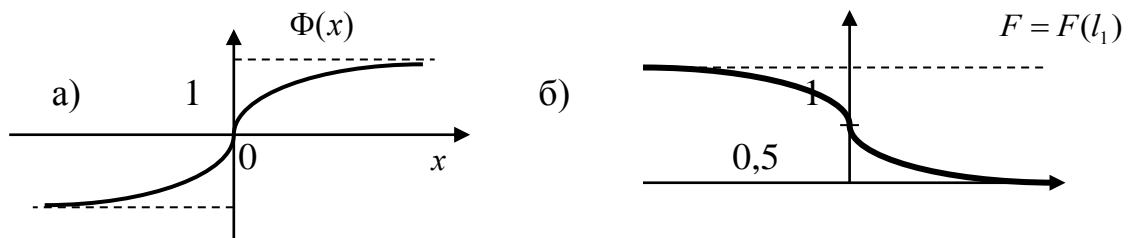


Рис.4.3

Висновки:

- 1) при заданному порозі U_0 імовірність хибної тривоги F може бути знижена шляхом зменшення як потужності завади, так і потужності опорного сигналу;
- 2) при заданих потужності завади і потужності опорного сигналу імовірність хибної тривоги F може бути знижена шляхом підняття порогу U_0 .

Б. Сигнал присутній

Повторимо усі зроблені вище викладки для другого випадку – сигнал присутній. Головна відмінність нових викладок у тому що тепер ми будемо досліджувати не імовірність хибної тривоги F , а імовірність правильного виявлення D .

На виході корелятора тепер спостерігається ВВ $u_2 |_{cu}$:

$$u_2 |_{cu} = \int_0^T (v(t) + n_1(t))v(t)dt = \int_0^T v^2(t)dt + \int_0^T n_1(t)v(t)dt = v_2 + n_2. \quad (4.11)$$

МО СВ $u_2 |_{cu}$:

$$\langle u_2 |_{cu} \rangle = \langle v_2 + n_2 \rangle = E. \quad (4.12)$$

Дисперсія СВ $u_2 |_{cu}$:

$$\sigma_2^2 |_{cu} = \langle (v_2 + n_2)^2 \rangle - \langle (v_2 + n_2) \rangle^2 = \langle n_2^2 \rangle = \frac{N_0}{2} E. \quad (4.13)$$

Щільність імовірностей ВВ $u_2 |_{cu}$:

$$W_2(u_{2cu}) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 E}} \exp\left(-\frac{(u_{2cu} - E)^2}{N_0 E}\right). \quad (4.14)$$

Імовірність правильного виявлення D :

$$D = \int_{U_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 E}} \exp\left(-\frac{(u_{2cu} - E)^2}{N_0 E}\right) du_{2cu}. \quad (4.15)$$

Графік щільності (4.14) показаний на рис.4.4 суцільною лінією. Тут імовірність правильного виявлення D - площа під ділянкою кривої, що відповідає умові $u_{2cu} \geq U_0$.

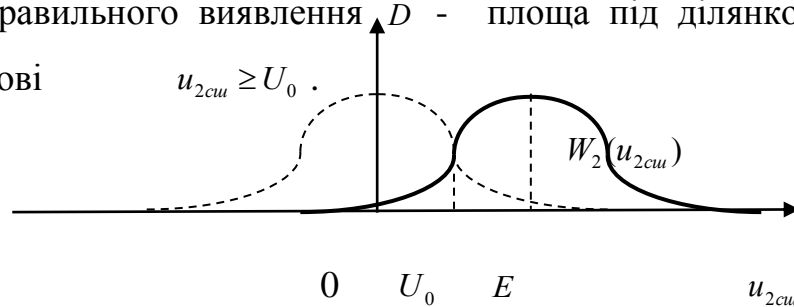


Рис.4.4

Заміна змінних:

$$\frac{u_{2cu} - E}{\sqrt{N_0 E}} = t; \quad du_{2cu} = \sqrt{N_0 E} dt$$

u_{2cu}	U_0	∞
t	$\frac{U_0 - E}{\sqrt{N_0 E}}$	∞

$$D = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{U_0 - E}{\sqrt{N_0 E}}}^{\infty} \exp(-t^2) dt = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{U_0 - E}{\sqrt{N_0 E}}} \exp(-t^2) dt = \frac{1}{2} [1 - \Phi(l_1 - \sqrt{\frac{E}{N_0}})] \quad (4.16)$$

Позначаючи $q = \sqrt{\frac{2E}{N_0}}$ і враховуючи непарність функції $\Phi(x)$, отримуємо:

$$D = D(q, l_1) = \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \Phi\left(\frac{q}{\sqrt{2}} - l_1\right) \right]. \quad (4.17)$$

Графіки D як функції відношення сигнал-завада $q = \sqrt{\frac{2E}{N_0}}$ за різних значень імовірності хибної тревоги $F = F(l_1)$ представлені на рис.4.5.

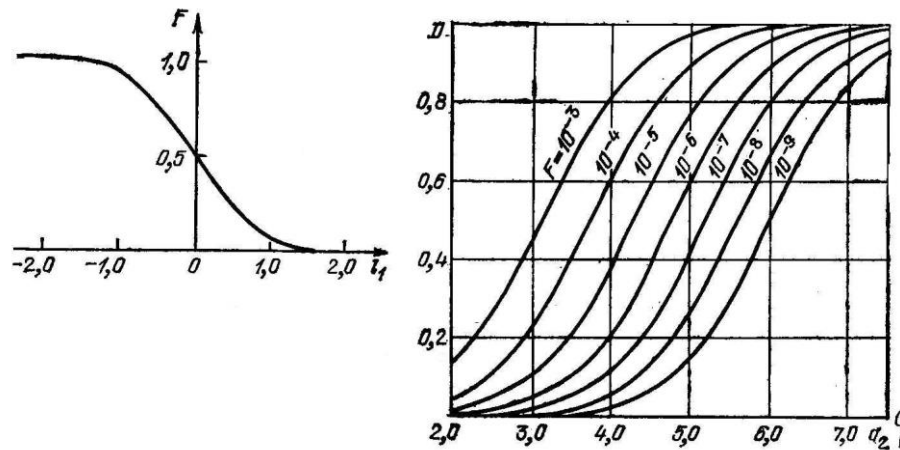


Рис.4.5

Характеристики $D = D(q, l_1)$ називаються характеристиками виявлення.

Аналізуючи отримані характеристики, отримуємо наступні

Висновки:

1) якість виявлення, яку ми характеризуємо параметрами F і D , залежить від енергії сигналу спектральної щільності завади і не залежить від форми сигналу;

2) при фіксованій F єдиний спосіб збільшити D полягає у збільшенні

$$\text{відношення сигнал-завада } q = \sqrt{\frac{2E}{N_0}}.$$

Отримані висновки цікаво трактувати з точки зору теорії розпізнавання образів. Корелятор тоді можна розглядати як вимірювач єдиної класифікаційної (діагностичної) ознаки – взаємної енергії даного процесу і опорного сигналу. З позиції тої ж теорії розпізнавання образів, корелятор – система стиснення опису процесу, що спостерігається. В результаті такого стиснення процес відображається з m -вимірного простору первинних ознак, - відліків процесу на інтервалі $(0, T)$, - у вторинний одновимірний простір єдиної ознаки – взаємної енергії процесу, що спостерігається, і опорного сигналу.

На рис.9.4 представлені щільності розподіленні ВВ u_2 для обох випадків – відсутності (пунктирна крива) і наявності сигналу (суцільна крива). Беручи $\Lambda_0 = 1$, отримуємо оптимальне значення порогу $U_0 = E/2$. Очевидно, підняття порогу U_0 вище значення $E/2$ означає зниження F , що добре, однак при цьому D буде знижуватись ще швидше, що неприпустимо. Аналогічно і зниження порогу U_0 нижче значення $E/2$ означає збільшення D , що добре, однак при цьому F буде знижуватись ще швидше, що також неприпустимо.

Це – при оптимальності виявлювача за критеріями мінімального середнього ризику або максимальної вагової різниці. Якщо ж використовувати критерій Неймана-Пірсона, тоді положення порогу U_0 визначається завданням

величини F , а величину D при такому підході залишається тільки оцінити (наприклад, за графіками типу рис.4.5).

2.3.3 Порогове відношення сигнал-шум

Це мінімальне відношення сигнал-шум, при якому сигнал виявлюється із заданною ймовірністю D и фіксованою F .

Порогове відношення сигнал-шум q_n визначається за графіками $D = D(q, l_1)$.

Для зручності отримані значення q_n представляють у вигляді табл 4.1.

Таблица 4.1

D	F								
	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}
0,5	1,282	2,321	3,090	3,719	4,265	4,753	5,199	5,612	5,998
0,9	2,564	3,603	4,372	5,000	5,546	6,035	6,481	6,894	7,280

Такі таблиці, як стане зрозуміло пізніше, зручні при співставленні різних схем виявлення – мінімальне відношення сигнал-завада при цьому може слугувати критерієм порівняння.

На рис 4.6 ілюструється ситуація $F = 0,1$; $D = 0,9$; $q_n = 2,564$.

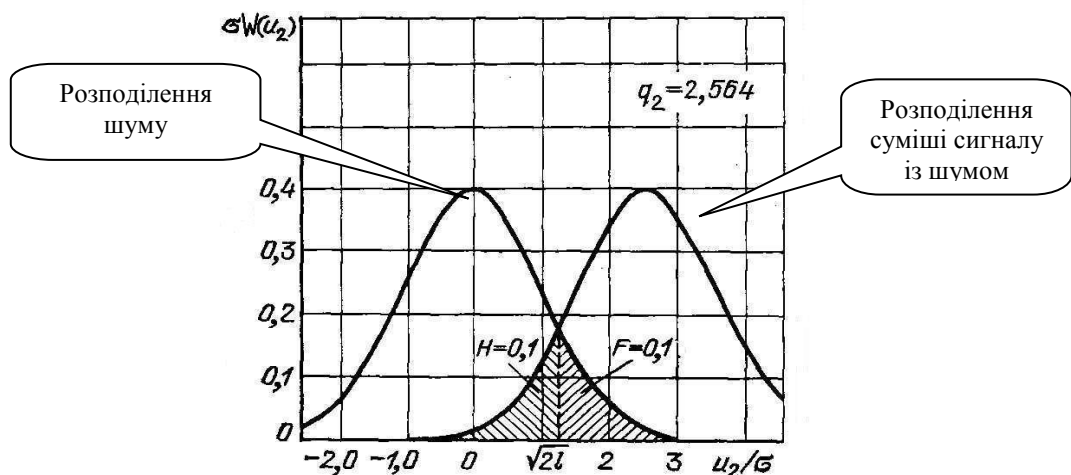


Рис.9.6

2.4 Оптимальний виявлювач сигналу із довільною початковою фазою

2.4.1 Ввідні зауваження

В рамках спрощеної моделі, яку ми використовуємо для розгляду задачі виявлення сигналу на фоні завад, виявити сигнал – означає прийняти рішення про його наявність на інтервалі спостереження $(0, T)$. При цьому виявлення точно відомого сигналу – це гранично спрощена ситуація. Далі спрощувати модель вже неможливо.

Не дивлячись на очевидну важливість найпростішої моделі задачі виявлення, яка дозволила нам зробити висновки про структуру оптимального приймача, представляється доцільним зробити тепер декілька кроків у напрямку ускладнення моделі з тим, щоб наблизити її до реальної ситуації.

В реальних задачах активної локації і шумопеленгування параметри сигналу, що приймається, можуть відрізнятися, і досить суттєво, від параметрів опорного сигналу. Наприклад, у випадку сигналів які часто використовуються на практиці, - гармонічних сигналів $X(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$, - такими параметрами є початкова фаза φ_0 і амплітуда A .

У даному розділі буде розглянуто випадок, коли амплітуда A відома точно, а початкова фаза – ВВ, рівномірно розподілена у діапазоні значень $[0, \pi]$. При цьому буде показано, що тепер оптимальний приймач повинен містити у собі не один, а 2 канали, один з яких оптимальний для випадку прийому гармоніки з нульовою початковою фазою, а інший – гірмоніки з початковою фазою $\pi/2$.

Більш того, в структурі оптимального приймача з'являться нові елементи – квадратори ВВ із виходів оптимальних приймачів кожного з каналів, і суматор результатів квадратування.

Як буде показано, двоканальність приймача призводить до збільшення рівня завади на виході оптимального приймача і, як наслідок, до зниження,

нехай і не дуже суттєвого, порогового відношення сигнал-завада. Це – неминуча плата за незнання φ_0 .

З іншого боку, така плата цілком виправдана, тому що вона захищає від грубих помилок при прийнятті рішення. А про те, що такі помилки цілком можливі, каже наступний приклад. Припустимо, що в якості опорного сигналу ми взяли фрагмент косинусоїди $A\cos 2\pi f_0 t$, а на вхід приймача надійшов сигнал $u_1(t) = A\cos(2\pi f_0 t - \pi/2) = A\sin 2\pi f_0 t$. У силу ортогональності косинусоїди і синусоїди на виході інтегратора буде нульовий ефект і, як наслідок, буде прийнято рішення про відсутність сигналу. Очевидно, ще більш «категоричний висновок» про відсутність сигналу буде зроблено у випадку $u_1(t) = A\cos(2\pi f_0 t - \pi) = -A\cos 2\pi f_0 t$.

2.4.2 Загальний випадок сигналів із параметрами які «заважають»

Для випадку

$$u_1(t) = n_1(t) + Av(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots),$$

де $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ - система ВВ, які трактуються як неінформативні, або параметри що «заважають» відношення правдоподібності має вигляд:

$$\Lambda(u_1, \alpha_1, \alpha_2, \dots) = \frac{W_{cu}(u_1)}{W_u(u_1)} = \frac{W_u[u_1 - Av(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots)]}{W_u(u_1)}. \quad (5.1)$$

Це – умовне відношення правдоподібності, яке залежить від суміші ВВ $\alpha_1, \alpha_2, \dots$. Безумовне, тобто відношення правдоподібності яке не залежить від цих параметрів, отримаємо, якщо знайдемо зважене середнє:

$$\Lambda(u_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda(u_1, \alpha_1, \alpha_2, \dots) W(\alpha_1, \alpha_2, \dots) d\alpha_1 d\alpha_2 \dots \quad (5.2)$$

Співвідношення (5.1)-(5.2) будуть вихідними при синтезі оптимального виявлювача сигналу із випадковою початковою фазою, а далі – і для сигналу із випадковими амплітудою і фазою.

2.4.3 Синтез оптимального виявлювача сигналу із випадковою початковою фазою

Для узагальнення розглянемо гармонічний сигнал не із прямокутною, а із випадковою обвідною $V(t)$:

$$v(t, \varphi) = V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi), \quad (5.3)$$

де початкова фаза φ – ВВ, рівномірно розподілена у діапазоні значень $[0, \pi]$, тобто

$$W(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \\ 0, & \text{дп. } \varphi. \end{cases} \quad (5.4)$$

Тоді із (5.1), з урахуванням (3.14),

$$\begin{aligned} \Lambda(u_1, \varphi) &= \frac{\exp\left\{-\frac{1}{N_0} \int_0^T [u_1(t) - v(t, \varphi)]^2 dt\right\}}{\exp\left\{-\frac{1}{N_0} \int_0^T u_1^2(t) dt\right\}} = \exp\left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T v^2(t, \varphi) dt + \frac{2}{N_0} \int_0^T u_1(t) v(t, \varphi) dt\right] = \\ &= \exp\left(-\frac{I_1}{N_0} + \frac{2I_2}{N_0}\right). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Тут

$$I_1 = \int_0^T v^2(t, \varphi) dt = \int_0^T V^2(t) \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi) dt = \frac{1}{2} \int_0^T V^2(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^T V^2(t) \cos 2(2\pi f_0 t + \varphi) dt \approx E. \quad (5.6)$$

$$I_2 = \int_0^T u_1(t) v(t, \varphi) dt = \int_0^T u_1(t) V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi) dt = X \cos \varphi - Y \sin \varphi = Z \cos(\varphi + \psi), \quad (5.7)$$

де

$$X = \int_0^T u_1(t) V(t) \cos 2\pi f_0 t dt = Z \cos \psi; \quad Y = \int_0^T u_1(t) V(t) \sin 2\pi f_0 t dt = Z \sin \psi, \quad (5.8)$$

тому

$$Z^2 = X^2 + Y^2; \quad \psi = \arctg \frac{Y}{X}. \quad (5.9)$$

Як наслідок,

$$\Lambda(u_1, \varphi) = \exp \left\{ -\frac{E}{N_0} + \frac{2Z \cos(\varphi + \psi)}{N_0} \right\} \quad (5.10)$$

і

$$\begin{aligned} \Lambda(u_1) &= \int_0^{2\pi} \Lambda(u_1, \varphi) W(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left\{ -\frac{E}{N_0} + \frac{2Z \cos(\varphi + \psi)}{N_0} \right\} d\varphi = \\ &= \frac{1}{2\pi} \exp \left(-\frac{E}{N_0} \right) \int_0^{2\pi} \exp \left[\frac{2Z}{N_0} \cos(\varphi + \psi) \right] d\varphi. \end{aligned} \quad (5.11)$$

З урахуванням того, що

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp [x \cos(\varphi + \psi)] d\varphi = I_0(x) - \quad (5.12)$$

- модифіковано функція Бесселя першого роду нульового порядку, приходимо до нерівності:

$$\Lambda(u_1) = \exp \left(-\frac{E}{N_0} \right) I_0 \left(\frac{2Z}{N_0} \right) \geq \Lambda_0. \quad (5.13)$$

Логарифмуючи (5.13), отримуємо:

$$\ln I_0 \left(\frac{2Z}{N_0} \right) \geq \frac{E}{N_0} + \ln \Lambda_0, \quad (5.14)$$

Звідки, враховуючи властивість монотонності функції $I_0(x)$ (см. рис.5.1), отримуємо:

$$Z \geq Z_0, \quad (5.15)$$

де Z_0 - рішення рівняння (5.14) (при заміні символу \geq на $=$).

Нерівності (5.15) еквівалентна нерівність

$$Z^2 \geq Z_0^2, \quad (5.16)$$

Яка зручніше, оскільки оптимальний виявлювач повинен тепер обраховувати величину

$$Z^2 = X^2 + Y^2$$

І порівнювати її з порогом $U_0 = Z_0^2$. Структурна схема оптимального виявлювача приведена на рис 5.2.

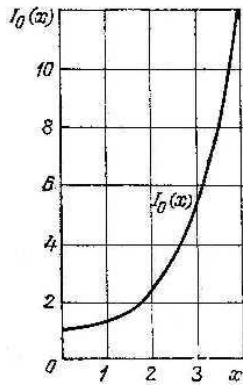


Рис.5.1

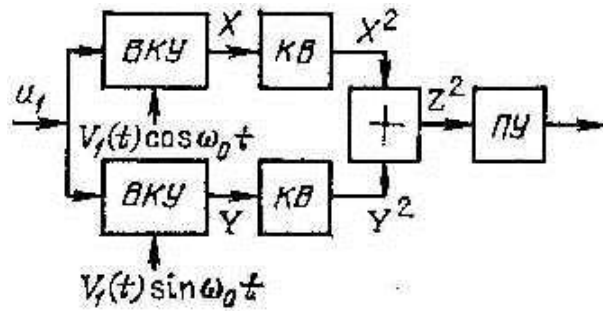


Рис.5.2

Щоб краще представити собі функціонування оптимального виявлювача сигналу із випадковою фазою, припустимо, що на вхід подається сигнал (5.3).

Тоді на виході «косинусного» каналу

$$\begin{aligned}
 X_c &= \int_0^T v(t, \varphi) V(t) \cos 2\pi f_0 t \, dt = \int_0^T V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi) V(t) \cos 2\pi f_0 t \, dt = \\
 &= \frac{1}{2} \cos \varphi \int_0^T V^2(t) \, dt + \frac{1}{2} \int_0^T V^2(t) \cos(4\pi f_0 t + \varphi) \, dt \approx E \cos \varphi.
 \end{aligned}
 \tag{5.17}$$

Аналогічно на виході «синусного» каналу

$$Y_c = E \sin \varphi. \tag{5.18}$$

Після зведення у квадрат і сумування:

$$Z_c^2 = X_c^2 + Y_c^2 = E^2, \tag{5.19}$$

Як бачимо результат не залежить від φ (що і потрібно).

У окремому випадку $\varphi = 0$ маємо $X_c = E$ і $Y_c = 0$ - сигнал виділяється косинусним каналом.

А при $\varphi = \pi/2$ маємо $X_c = 0$ і $Y_c = E$ - сигнал виділяється синусним каналом.

Що стосується проходження шуму через косинусний і синусний канали, далі буде показано що ВВ X_u і Y_u некорельовані, а як наслідок, і статистично незалежні (тому що вони є гаусовими). Тому дисперсія суми їх квадратів рівна сумі дисперсій цих квадратів. Як наслідок – дана оптимальна система повинна програвати системі для випадку точно відомого сигналу у

завадостійкості (критерієм якої може служити, наприклад, порогове відношення сигнал-завада).

2.4.4 Характеристики виявлення

Знайдемо F и D для оптимального приймача.

Імовірність хибної тревоги:

$$F = \int_{U_0}^{\infty} W(Z_u^2) dZ_u^2, \quad (5.20)$$

де

$$Z_u^2 = X_u^2 + Y_u^2. \quad (5.21)$$

МО і дисперсія ВВ X_u і Y_u :

$$\langle X_u \rangle = \int_0^T \langle n_1(t) \rangle V(t) \cos 2\pi f_0 t dt = 0, \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{X_u}^2 = \sigma^2 = \langle X_u^2 \rangle &= \int_0^T \int_0^T \langle n_1(t_1) n_1(t_2) \rangle v_c(t_1) v_c(t_2) dt_1 dt_2 = \int_0^T \int_0^T K_n(t_1 - t_2) v_c(t_1) v_c(t_2) dt_1 dt_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_n(t_1 - t_2) F_{vc}(f_1) F_{vc}(f_2) \exp[j2\pi(f_1 t_1 + f_2 t_2)] df_1 df_2 dt_1 dt_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{vc}(f_1) F_{vc}(f_2) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_n(t_1 - t_2) \exp[j2\pi f_1(t_1 - t_2) + j2\pi(f_1 + f_2)t_2] dt_1 dt_2 \right\} df_1 df_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{vc}(f_1) F_{vc}(f_2) S(f_1) \delta(f_1 + f_2) df_1 df_2 = \frac{N_0}{2} \int_{-f_e}^{f_e} |F_{vc}(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} v_c^2(t) dt = \frac{N_0}{2} E, \end{aligned} \quad (5.23)$$

де

$$v_c(t) = V(t) \cos 2\pi f_0 t,$$

$$\begin{aligned} F_{vc}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} v_c(t) \exp(-j2\pi f t) dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \exp[-j2\pi(f - f_0)t] dt + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \exp[-j2\pi(f + f_0)t] dt = \\ &= \frac{1}{2} [F_V(f - f_0) + F_V(f + f_0)]. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Аналогічно

$$\langle Y_{uu} \rangle = 0; \quad \sigma_{Y_{uu}}^2 = \sigma^2 = \frac{N_0}{2} E. \quad (5.25)$$

Для зручності подальших викладок помітимо, що

$$v_s(t) = V(t) \sin 2\pi f_0 t, \quad (5.26)$$

$$F_{vs}(f) = \frac{1}{2j} [F_V(f - f_0) - F_V(f + f_0)].$$

Доведемо некорельованість ВВ X_{uu} і Y_{uu} :

$$\begin{aligned} \langle X_{uu} Y_{uu} \rangle &= \int_0^T \int_0^T \langle n_1(t_1) n_1(t_2) \rangle v_c(t_1) v_s(t_2) dt_1 dt_2 = \int_0^T \int_0^T K_n(t_1 - t_2) v_c(t_1) v_s(t_2) dt_1 dt_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{vc}(f_1) F_{vs}(f_2) S(f_1) \delta(f_1 + f_2) df_1 df_2 = \frac{N_0}{2} \int_{-f_s}^{f_s} F_{vc}(f) F_{vs}(-f) df = \\ &= \frac{N_0}{8j} \int_{-f_s}^{f_s} [F_V(f - f_0) + F_V(f + f_0)] [F_V^*(f + f_0) - F_V^*(f - f_0)] df = \\ &= \frac{N_0}{8j} \int_{-f_s}^{f_s} [|F_V(f + f_0)|^2 - |F_V(f - f_0)|^2] df + \\ &\quad + \frac{N_0}{8j} \int_{-f_s}^{f_s} [F_V(f - f_0) F_V^*(f + f_0) - F_V(f + f_0) F_V^*(f - f_0)] df = 0 \end{aligned} \quad (5.27)$$

Оскільки ВВ X_{uu} і Y_{uu} гаусові, вони статистично незалежні. Тому ВВ

$Z_{uu}^2 = X_{uu}^2 + Y_{uu}^2$ розподілена за експоненційним законом:

$$W(Z_{uu}^2) = \frac{1}{N_0 E} \exp\left(-Z_{uu}^2 / N_0 E\right).$$

Тоді

$$F = \frac{1}{N_0 E} \int_{U_0}^{\infty} \exp\left(-Z_{uu}^2 / N_0 E\right) dZ_{uu}^2 = \exp\left(-\frac{U_0}{N_0 E}\right) = \exp(-l_2), \quad (5.28)$$

де $l_2 = \frac{U_0}{N_0 E}$ - відносний поріг.

Знайдемо тепер аналітичний вираз для D .

Позначимо

$$Z_{cu}^2 = X_{cu}^2 + Y_{cu}^2;$$

$$X_{cu} = X_c + X_{uu}; \quad Y_{cu} = Y_c + Y_{uu}.$$

Розподілення ВВ Z_{cu} описується узагальненим законом Релея (закон Релея-Райса)

$$W(Z_{cu}) = \frac{Z_{cu}}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{Z_{cu}^2 + Z_c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Z_{cu}Z_c}{\sigma^2}\right) = \frac{2Z_{cu}}{N_0E} \exp\left(-\frac{Z_{cu}^2 + E^2}{2N_0E}\right) I_0\left(\frac{2Z_{cu}}{N_0}\right). \quad (5.29)$$

Тоді

$$D = \int_{U_0}^{\infty} W(Z_{cu}^2) dZ_{cu}^2 = \int_{\sqrt{U_0}}^{\infty} W(Z_{cu}) dZ_{cu} = \int_{\sqrt{2\ln(1/F)}}^{\infty} x \exp\left(-\frac{x^2 + q^2}{2}\right) I_0(qx) dx, \quad (5.30)$$

де

$$q = Z_c / \sigma = \sqrt{\frac{2E}{N_0}} -$$

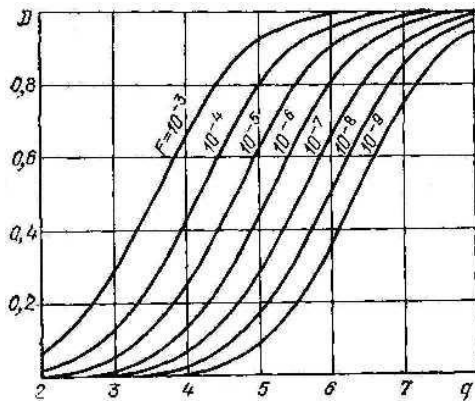
- відношення сигнал-шум.

Далі можна, використовуючи табульований інтеграл

$$Q(u, v) = \int_u^{\infty} \rho \exp\left(-\frac{v^2 + \rho^2}{2}\right) I_0(v\rho) d\rho,$$

Отримати залежність $D = D(q, F)$.

Криві залежності $D = D(q, F)$ для сигналу із випадковою фазою представлені



на рисунку. Вони нагадують аналогічні криві для випадку виявлення точно відомого сигналу, однак дещо зміщені вправо – тобто дане значення D для заданого F може бути забезпечено при дещо більшому відношенні q .

Порогові відношення q , приведені в таблиці

5.1, кількісно підтверджують висновок про те, що за даним критерієм оптимальний виявлювач сигналу із випадковою фазою програє оптимальному виявлювану точно відомих сигналів у 1,1-1,3 рази.

Таблиця 5.1

D	F					
	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}
0,5	4,17	4,69	5,16	5,59	5,99	6,36
0,9	5,47	5,99	6,45	6,88	7,28	7,65

2.4.5 Заключні зауваження

У кінці «ввідних зауважень» були приведені приклади, коли застосування одно канального виявлювача для сигналу із випадковою початковою фазою призводить до грубих помилок, - до пропуску сигналу, - навіть за відсутності завади. А у наступних розділах було показано, що двоканальний виявлювач вільний від цього недоліку.

Насправді застосування одноканального виявлювача цілком можливо і для сигналу із випадковою фазою. Хоча при цьому, звісно, виникають деякі проблеми з інтерпретацією результатів виявлення.

Пояснимо сказане. Справа у тому, що у цілях граничного спрощення моделі ми вважали початкову фазу єдиним невідомим (випадковим) параметром. Інші параметри сигналу, у тому числі положення сигналу на осі часу, вважались відомими (тому сигнал розглядався на інтервалі $(0, T)$). Між тим, на практиці ситуація дещо інакша: положення сигнала на осі часу невідомо (інакше задача локації в значній мірі втрачає свою актуальність). І якщо ми все ж таки скористаємося одноканальним корелятором з опорним сигналом, наприклад, $V(t)\cos 2\pi f_0 t$, тоді результат обробки сигналу на виході корелятора буде мати вигляд (для простоти розглядаємо випадок прямокутної обвідної сигналу, який поступає на вхід корелятора в момент часу t_0) не єдиного числа, а функції:

$$K_{UV \cos}(\tau) = \int_{\tau}^{\tau+T} u_1(z) v_c(z-\tau) dz \approx \begin{cases} A^2 \frac{(T-|\tau-t_0|)}{2} \cos 2\pi f_0(\tau-t_0+\varphi), & |\tau-t_0| \leq T, \\ 0, & \text{дп. } \tau \end{cases} \quad (5.31)$$

Як бачимо у випадку тонального сигналу з прямокутною обвідною сигнал на виході корелятора має вигляд трикутного сигналу протяжністю $\Delta T = 2T$ з гармонійним заповнюванням. І якщо період $T_0 = 1/f_0$ гармоніки суттєво (на порядок) менше величини ΔT , тоді навіть якщо в момент часу $\tau = t_0$ фаза $\varphi \neq 0$, все одно перебільшення порогу U_0 станеться суміжними позитивними напівперіодами гармонійного заповнення. Проблема лише в тому, що таких перевищень може бути декілька – тоді буде прийнято рішення про наявність декількох сигналів, хоча насправді на вході корелятора буде лише один сигнал.

Очевидно, застосування другого синусного каналу призведе до появи ще одного сигналу на виході «синусного» корелятора:

$$K_{UV \sin}(\tau) \approx \begin{cases} -A^2 \frac{(T-|\tau-t_0|)}{2} \sin 2\pi f_0(\tau-t_0+\varphi), & |\tau-t_0| \leq T, \\ 0, & \text{дп. } \tau \end{cases} \quad (5.32)$$

Після зведення у квадрат і сумування вихідних сигналів корелятора заповнення «зникає» і на пороговий пристрій поступає квадрат обвідної функції (10.31) і (10.32):

$$K_{\text{обв}}(\tau) \approx \begin{cases} A^2 \frac{(T-|\tau-t_0|)}{2}, & |\tau-t_0| \leq T, \\ 0, & \text{дп. } \tau \end{cases} \quad (5.33)$$

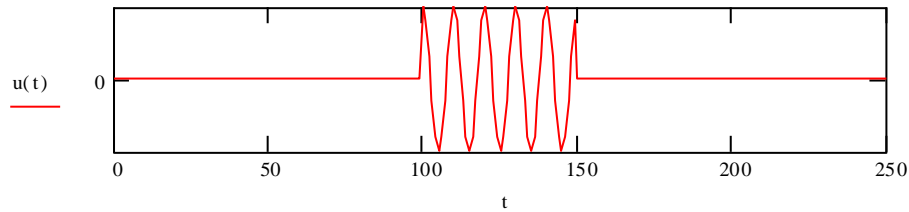
Таким чином, стає зрозумілою роль другого каналу в оптимальному виявлювачі: він формує допоміжний сигнал, необхідний для обрахування обвідної на виході корелятора. При цьому вирішуються обидві вказані вище проблеми: величини $T_0 = 1/f_0$ і T можуть співвідноситись довільним чином, а обвідна перевищить поріг тільки один раз.

Додаток

Виявлення сигналу із випадковою фазою

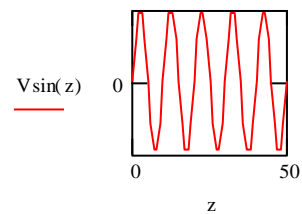
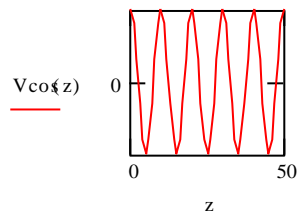
$t := 0, 1.. 250;$ $\phi := 0;$ $f := 0.1$

$u(t) := \cos(2 \pi f t + \phi) (\Phi(t - 100) - \Phi(t - 150));$ $\Phi(t)$ - единичная функция Хэвисайда



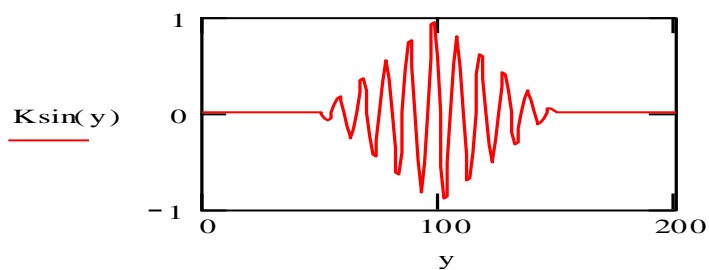
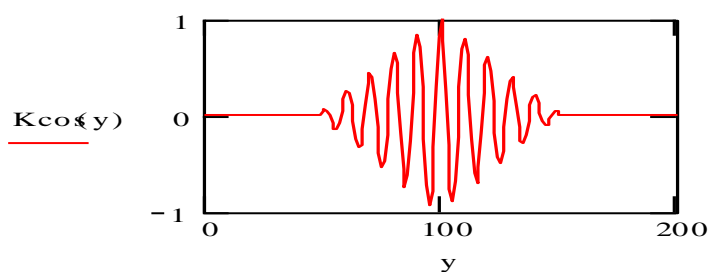
$V\cos(z) := \cos(2 \pi f z);$ $V\sin(z) := \sin(2 \pi f z)$

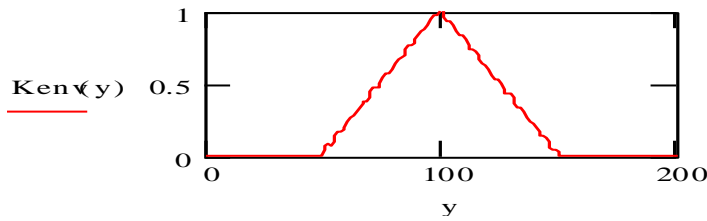
$z := 0, 1.. 50$



$y := 0, 1.. 200;$ $K\cos(y) := 0.04 \sum_{x=0}^{50} u(x+y) V\cos(x)$ $K\sin(y) := 0.04 \sum_{x=0}^{50} u(x+y) V\sin(x)$

$K\text{env}(y) := \left(K\cos(y)^2 + K\sin(y)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$





2.5 Оптимальний виявлювач сигналу з випадковими амплітудою і фазою

2.5.1 Синтез оптимального виявлювача

Розглянемо сигнал виду

$$v(t) = AV(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi), \quad (6.1)$$

де A и φ - статистично незалежні ВВ, φ розподілена за рівномірним законом

$$W(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \\ 0, & \text{др. } \varphi. \end{cases} \quad (6.2)$$

A - за законом Релея:

$$W(A) = 2A \exp(-A^2). \quad (6.3)$$

Умовне відношення правдоподібності:

$$\begin{aligned} \Lambda(u_1, \varphi) &= \exp \left[-\frac{A^2}{N_0} \int_0^T V^2(t) \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi) dt + \frac{2A}{N_0} \int_0^T u_1(t) V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi) dt \right] = \\ &= \exp \left(-A^2 E / N_0 + \frac{2AZ}{N_0} \cos(\varphi + \psi) \right), \end{aligned} \quad (6.4)$$

где

$$E = \frac{1}{2} \int_0^T V^2(t) dt - \quad (6.5)$$

- енергія нормованого по A сигналу. Неважко побачити, що (6.4) співпадає з (5.10) при $A=1$, що і слід було очікувати.

Після усереднення по φ отримуємо:

$$\Lambda(u_1, A) = \exp(-A^2 E / N_0) I_0(2AZ / N_0), \quad (6.6)$$

Що у свою чергу співпадає з лівою частиною нерівності (5.13) при $A=1$.

Усереднимо тепер (6.6) по A :

$$\Lambda(u_1) = \int_0^\infty \Lambda(u_1, A) W(A) dA = 2 \int_0^\infty I_0\left(\frac{2AZ}{N_0}\right) \exp\left[-\left(1 + \frac{E}{N_0}\right) A^2\right] A dA. \quad (6.7)$$

Враховуючи, що

$$\int_0^\infty I_0(\mu x) \exp(-\nu x^2) x dx = \frac{1}{2\nu} \exp\left(\frac{\mu^2}{4\nu}\right), \quad (6.8)$$

із (12.7) отримуємо:

$$\Lambda(u_1) = \frac{N_0}{N_0 + E} \exp\left[\frac{Z^2}{N_0(N_0 + E)}\right]. \quad (6.9)$$

Очевидно, алгоритм оптимального виявлення, як і в попередньому випадку, зводиться до обрахунку $Z^2 = X^2 + Y^2$ і порівнянню її з порогом U_0 .

2.5.2 Характеристики виявлення

Оскільки структура виявлювачів однакова, ймовірність хибної тревоги, як і в попередньому випадку, рівна:

$$F = \exp(-l_3), \quad (6.10)$$

де $l_3 = U_0/(N_0 E)$, а новим позначенням l_3 ми підкреслили, що тут E - енергія сигналу, нормованого по A («по максимуму»).

У силу припущення (6.2)-(6.3) сигнал є гаусовим. Сума двох нормальних СП з нульовими МО і дисперсіями σ_c^2 і σ_u^2 є також нормальним процесом з нульовим МО і дисперсією

$$\sigma_{cu}^2 = \sigma_c^2 + \sigma_u^2 = \sigma_u^2(1 + \rho^2), \quad (6.11)$$

де $\rho^2 = \sigma_c^2/\sigma_u^2$ - відношення сигнал - шум за потужністю вході виявлювача.

Розподілення суміші Z_{cu}^2 відрізняється від експоненціального розподілення шуму

$$W(Z_{cu}^2) = \frac{1}{2\sigma_{cu}^2} \exp\left(-\frac{Z_{cu}^2}{2\sigma_{cu}^2}\right) = \frac{1}{N_0 E} \exp\left(-\frac{Z_{cu}^2}{N_0 E}\right)$$

Тільки дисперсією:

$$W(Z_{cui}^2) = \frac{1}{2\sigma_{cui}^2} \exp\left(-\frac{Z_{cui}^2}{2\sigma_{cui}^2}\right). \quad (6.12)$$

Тому ймовірність правильного виявлення:

$$D = \int_{U_0}^{\infty} W(Z_{cui}^2) dZ_{cui}^2 = \exp\left(-\frac{U_0}{2\sigma_{cui}^2}\right) = \exp\left(-\frac{U_0}{N_0 E(1+\rho^2)}\right). \quad (6.13)$$

Порівнюючи (6.13) і (6.10), остаточно отримуємо :

$$D = F^{\frac{1}{1+\rho^2}}. \quad (6.14)$$

Графіки $D = D(F, \rho)$ приведені на рис.6.1.

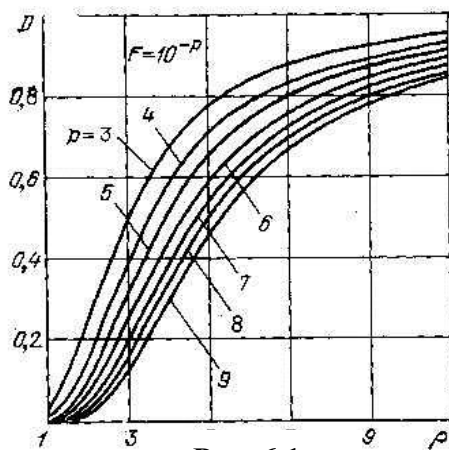


Рис. 6.1

Їх специфіка полягає в тому, що із ростом відношення сигнал - шум ρ ймовірність виявлення зростає спочатку швидко, а після досягнення значень $D=0,5-0,6$ це зростання істотно сповільнюється. Такий вид розподілення суміші пояснюється тим, що розподілення суміші (будучи релеєвским),

відрізняється від розподілення завади тільки дисперсією і для великих значень дисперсії розтягується по осі абсцис (див.рис.6.2).

Для випадку виявлення відомого сигналу ймовірність D продовжує швидко зростати зі збільшенням відношення сигнал - завада (рис.3.5) – це пояснюється компактністю нормального розподілення суміші сигналу із завадою у випадку повністю відомого сигналу (див рис.3.6). Аналогічно поводить себе D і для сигналу із випадковою початковою фазою (рис.5.3), оскільки за великих відношень сигнал-завада закон Релея-Райса наближається до гаусівського (рис.6.3).

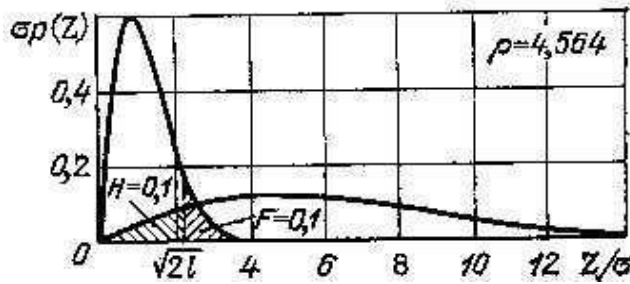


Рис. 5.2

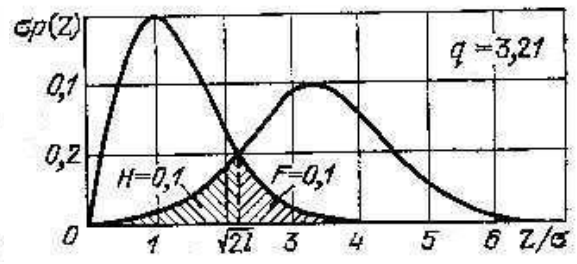


Рис. 5.3

Зауваження: порівнюючи завадостійкість трьох розглянутих вище типів виявлювачів, слід враховувати, що в перших двох випадках під відношенням сигнал-завада мається на увазі параметр $q = \sqrt{2E/N_0}$, тобто відношення сигнал-завада на виході корелятора, а у третьому випадку - параметр $\rho^2 = \sigma_c^2 / \sigma_{ш}^2$, тобто відношення сигнал-завада за потужністю на вході виявлювача. Враховуючи співвідношення (5.34), можна, у принципі, всі випадки звести до єдиної системи координат.

2.5.3 Неоптимальні виявлювачі: типовий прийомний тракт

Типовим прийомним трактом називають [2] виявлювач, побудований за схемою рис.6.4.

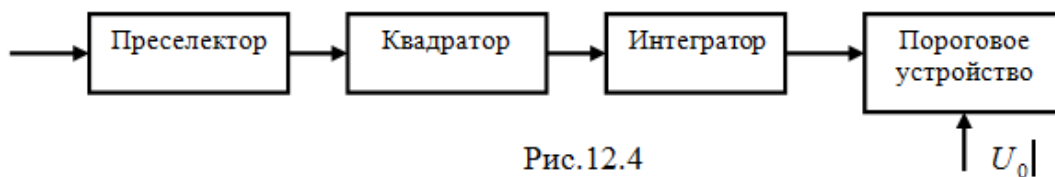


Рис.12.4

Призначення преселектора – обмежувати полосу частот шумової завади у припустимих границях (у випадку виявлення рухомих об'єктів ширина полоси пропускання преселектора вибирається з урахуванням ефекта Доплера). По суті, преселектор можна розглядати як такий собі формувач обмеженого за частотою або смугового білого шуму.

Неважко побачити, що типовий приймальний тракт (ТПТ) відрізняється від одноканального приймача відомих сигналів тим, що в ролі опорного використовується сам же вхідний сигнал (рис.6.5).

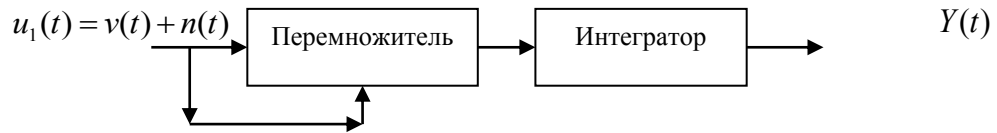


Рис.6.5

Оскільки задача синтезу тут уже «вирішена», залишається проаналізувати даний виявлювач, тобто побудувати його характеристики виявлення.

Розглядаючи, як і раніше у подібних випадках, відрізок часу $(0, T)$, у границях якого сигнал або є, або нема, знайдемо статистичні характеристики ВВ Y на виході цього тракту в припущенні точно відомого сигналу.

За відсутності сигналу математичне очікування (сподівання) і дисперсія ВВ Y рівні відповідно:

$$m_u = \langle Y_u \rangle = \int_0^T \langle n^2(t) \rangle dt = TK_u(0) = Tf_e N_0; \quad (6.15)$$

$$\sigma_u^2 = \langle Y_u^2 \rangle - \langle Y_u \rangle^2 = \int_0^T \int_0^T \langle n^2(t_1) n^2(t_2) \rangle dt_1 dt_2 - m_u^2. \quad (6.16)$$

Для гаусової завади

$$\langle n^2(t_1) n^2(t_2) \rangle = K_u^2(0) + 2K_u^2(t_2 - t_1),$$

тому

$$\sigma_u^2 = 2 \int_0^T \int_0^T K_u^2(t_2 - t_1) dt_1 dt_2 = 2T \int_{-T}^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) K_u^2(\tau) d\tau \approx 2T \int_{-T}^T K_u^2(\tau) d\tau = 2T \int_{-f_e}^{f_e} \left(\frac{N_0}{2}\right)^2 df = Tf_e N_0^2. \quad (6.17)$$

При виводі (6.17) ми припустили $T/\tau_{к.кб} \gg 1$, що еквівалентно припущенню $Tf_e = M \gg 1$.

Отримаємо тепер аналогічні вирази для випадку суміші сигналу із завадою.

$$m_{cu} = \langle Y_{cu} \rangle = \int_0^T \langle [v(t) + n(t)]^2 \rangle dt = E + Tf_e N_0. \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{cu}^2 &= \langle Y_{cu}^2 \rangle - \langle Y_{cu} \rangle^2 = \int_0^T \int_0^T \langle [v(t_1) + n(t_1)]^2 [v(t_2) + n(t_2)]^2 \rangle dt_1 dt_2 - \langle Y_{cu} \rangle^2 = \\
&= \int_0^T \int_0^T \langle [v^2(t_1) + 2v(t_1)n(t_1) + n^2(t_1)]^2 [v^2(t_2) + 2v(t_2)n(t_2) + n^2(t_2)]^2 \rangle dt_1 dt_2 - \langle Y_{cu} \rangle^2 = \\
&= E^2 + 2ETf_e N_0 + 2EN_0 + (Tf_e N_0)^2 + 2 \int_0^T \int_0^T K_u^2(t_2 - t_1) dt_1 dt_2 - \langle Y_{cu} \rangle^2 \approx \\
&\approx 2EN_0 + Tf_e N_0^2
\end{aligned}
\tag{6.19}$$

Порівнюючи (6.19) із (6.17), бачимо що дисперсія суміші більше дисперсії завади на величину $2EN_0$, яку можна трактувати як дисперсію «перехресної завади» (до речі, в оптимальному виявлювачі завада має принципово «перехресний» характер).

Оскільки ми припустили $T/\tau_{к.кв} \gg 1$, ВВ Y можна вважати нормальною як за відсутності, так і за наявності сигналу. Графічно відповідні щільності розподілу ВВ Y представлені на рис 6.6, із якого видно що приріст математичного очікування за рахунок завади рівний E , тобто такий самий як і для оптимального приймача (корелятора).

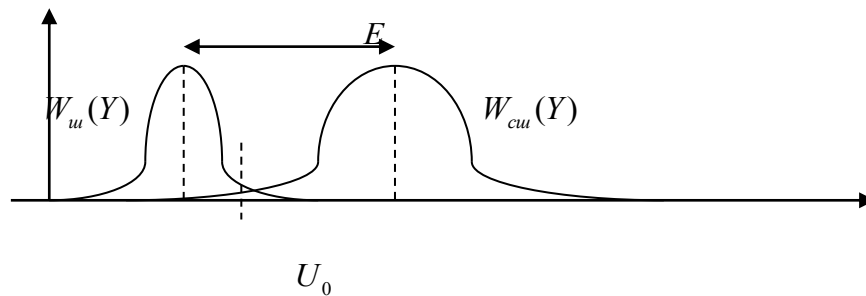


Рис 6.6

Розглядаючи в якості відношення сигнал – завада на виході ТПТ величину

$$(c/n)_{\text{вихТПТ}} = \frac{m_{cu} - m_u}{\sigma_{cu}}, \tag{6.20}$$

з (6.20) з урахуванням (6.15), (6.18) и (6.19) отримуємо

$$(c/n)_{\text{вихТПТ}} = \frac{E}{\sqrt{2EN_0 + Tf_e N_0^2}} = \frac{\sqrt{2E/N_0}}{2\sqrt{1 + Tf_e \frac{N_0}{2E}}} = \frac{q}{2\sqrt{1 + \frac{Tf_e}{q^2}}}. \tag{6.20}$$

Таким чином, за великих відношень сигнал-завада ($q \gg \sqrt{Tf_e}$) типовий тракт програє більш ніж у два рази оптимальному виявлювачу у відношенні сигнал – завада. Зі зменшенням відношення сигнал-завада цей програш збільшується

Знайдемо тепер аналітичний вираз для імовірності правильного виявлення D . Порогове значення U_0 знайдемо виходячи із заданої ймовірності хибної тривоги F :

$$F = \int_{U_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi M N_0}} \exp\left[-\frac{(x - MN_0)^2}{2MN_0^2}\right] dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{U_0 - MN_0}{\sqrt{2MN_0}}}^{\infty} \exp(-t^2) dt = \frac{1}{2} [1 - \Phi(l_3)], \quad (6.21)$$

де $M = Tf_e$ і

$$l_3 = \frac{U_0 - MN_0}{\sqrt{2MN_0}}. \quad (6.22)$$

Тоді

$$D = \int_{U_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{MN_0^2 + 2EN_0}} \exp\left\{-\frac{[x - (MN_0 + E)]^2}{2(MN_0^2 + 2EN_0)}\right\} dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{U_0 - (MN_0 + E)}{\sqrt{2MN_0^2 + 4EN_0}}} \exp(-t^2) dt =$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 + \Phi\left(\frac{q^2 / (2\sqrt{2M}) - l_3}{\sqrt{1 + q^2 / M}}\right) \right]. \quad (6.23)$$

Парою співвідношень (6.21) і (6.23) повністю описуються шукані характеристики виявлення $D = D(F, q)$, представлені на рис.6.7 для окремого випадку $F = 10^{-5}$.

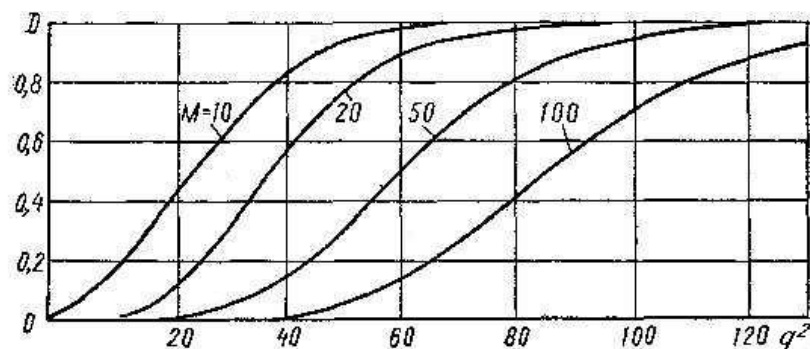


Рис.6.7

Відмітимо, що пару співвідношень (6.21) і (6.23) можна замінити єдиним компактним співвідношенням:

$$D = \Phi^* \left(\frac{q^2/2\sqrt{M} - \text{arc}\Phi^*(1-F)}{\sqrt{1+q^2/M}} \right), \quad (6.24)$$

де $M = Tf_{\epsilon}$ и $\text{arc}\Phi^*(\bullet)$ - аргумент функції (“інтеграла імовірності”)

$$\Phi^*(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u \exp(-x^2/2) dx = \frac{1}{2} [1 + \Phi(u/\sqrt{2})]. \quad (6.25)$$

Іноді буває зручно оперувати відношенням сигнал-завада на вході перемножувача. (5.34):

$$q = \sqrt{2f_{\epsilon}T}(c/n)_{\text{ex}} = \sqrt{2M}(c/n)_{\text{ex}}, \quad (6.26)$$

із (6.24) отримуємо

$$D = \Phi^* \left(\frac{(c/n)_{\text{ex}}^2 \sqrt{M} - \text{arc}\Phi^*(1-F)}{\sqrt{1+2(c/n)_{\text{ex}}^2}} \right). \quad (6.27)$$

Співставимо ТПТ і оптимальний виявлювач за критерієм «порогове значення сигнал – завада». Для цього розглянемо наступний чисельний приклад.

Приклад: Для $F=10^{-5}$ и $D=0,9$ за графіками рис.9.4 знаходимо $q_{\text{нор.опт}}=5,546$, а за графіками рис.12.7 - $q_{\text{нор.ТПТ}} \approx 7 \div 11$ для $M=10 \div 100$.

Таким чином за пороговим відношенням сигнал – завада для даних значень параметрів F , D і $M = Tf_{\epsilon}$ типовий тракт програє оптимальному виявлювачу в 1,5-2 рази.

2.5.4 Варіанти інтерпретації обробки сигналів у виявлювачах

Повернімося ще раз до оптимального прийомника повністю відомого сигналу як найбільш простому представнику сімейства оптимальних приймачів і спробуємо ще раз поглянути на перетворення які він виконує.

Рішення про наявність сигналу приймається за умови:

$$\Lambda(u_1) \geq \Lambda_0$$

або

$$\frac{W_{cu}(u_1)}{W_u(u_1)} \geq \Lambda_0. \quad (6.28)$$

Оскільки

$$W_u(u_1) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-m} \exp\left(-\frac{1}{N_0} \int_0^T u_1^2(t) dt\right), \quad (2.23)$$

$$W_{cu}(u_1) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-m} \exp\left(-\frac{1}{N_0} \int_0^T [u_1(t) - v(t)]^2 dt\right), \quad (2.25)$$

умова (6.28) еквівалентна співвідношенню

$$\int_0^T [u_1(t) - v(t)]^2 dt \leq \int_0^T u_1^2(t) dt - N_0 \ln \Lambda_0. \quad (6.29)$$

Припускаючи для простоти $\Lambda_0 = 1$, приходимо до умови:

$$\int_0^T [u_1(t) - v(t)]^2 dt \leq \int_0^T u_1^2(t) dt, \quad (6.30)$$

Або наближено

$$\sum_{k=1}^m (u_{1k} - v_k)^2 \leq \sum_{k=1}^m u_{1k}^2$$

Яка допускає просту геометричну інтерпретацію: у m -мірному евклідовому просторі порівнюються відстань між точкою-сумішшю u_{1k} і двома точками-еталонами – початком координат і точкою-сигналом v_k (рис.6.8). Оскільки початок координат відповідає ситуації відсутності сигналу, становиться зрозумілим, що рішення про наявність сигналу в суміші приймається, якщо точка-суміш ближче до еталонної точки-сигналу, ніж до еталонної точки, яка характеризує відсутність сигналу. Класифікаційними ознаками тут є відліки u_{1k} суміші $u_1(k\Delta t)$, $k = 1, \dots, m$; $\Delta t = 1/2f_s$. Оптимальна система при цьому трактується як вимірювач і співставляювач відстаней

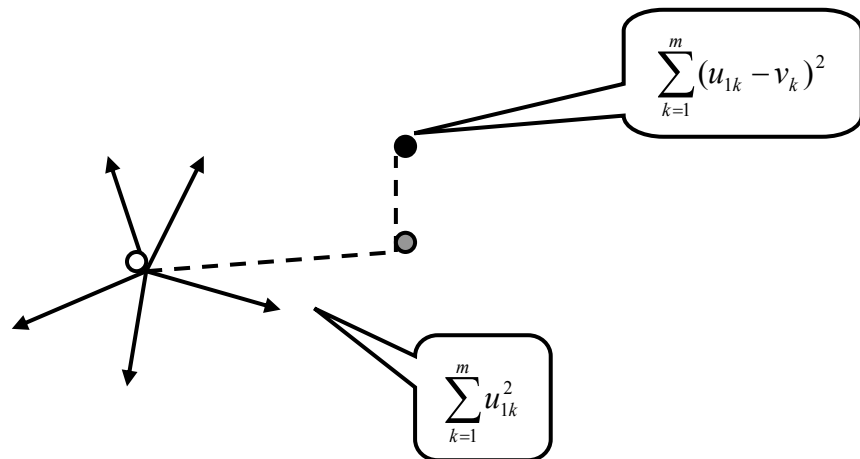


Рис.6.8

Співвідношення (6.30) еквівалентно співвідношенню:

$$E_{UV}(0) = \int_0^T u_1(t)v(t)dt \leq \frac{1}{2} \int_0^T v^2(t)dt = \frac{E}{2}, \quad (6.31)$$

В цьому випадку класифікаційною ознакою є взаємна енергія, а оптимальна система трактується як вимірювач взаємної енергії. Таку точку зору можна назвати «фізичною».

Врешті-решт, співвідношення (6.31) можна трактувати як зважену суму «голосів», що віддано за сигнал – якщо така сума перебільшить поріг $E/2$, тоді приймається рішення про наявність сигналу. Тут у ролі ознак знову виступають відліки u_{1k} , а оптимальний виявлювач є накопичувачем цих відліків. Таку точку зору можна назвати «алгебраїчною».

Таким чином, можливі щонайменш три способи інтерпретувати процедуру обробки процесів в оптимальному виявлювачі: «фізичний», «геометричний» і «алгебраїчний».

Додаток

Розпізнавання сигналу

А. Нормування відсутнє

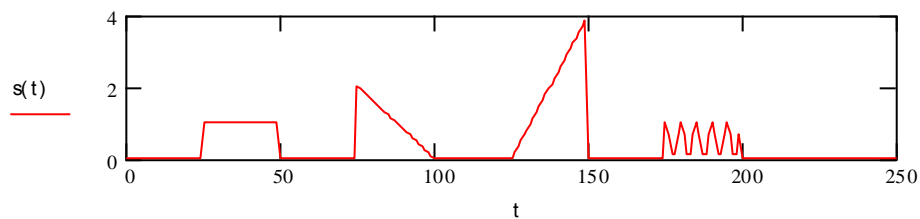
Еталонні функції:

$$r(t) := (\Phi(t - 25) - \Phi(t - 50)); \quad t := 0, 1..250; \quad f := 0.1;$$

$$u(t) := 2 \cdot (\Phi(t - 75) - \Phi(t - 100)) \cdot \frac{(-t + 100)}{25}; \quad v(t) := 4 \cdot (\Phi(t - 125) - \Phi(t - 150)) \cdot \frac{(t - 125)}{25};$$

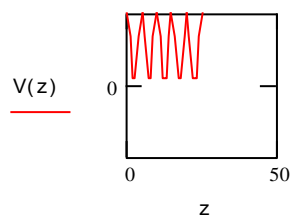
$$\xi(t) := \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot (t - 175))^2 \cdot (\Phi(t - 175) - \Phi(t - 200));$$

$$s(t) := r(t) + u(t) + v(t) + \xi(t)$$

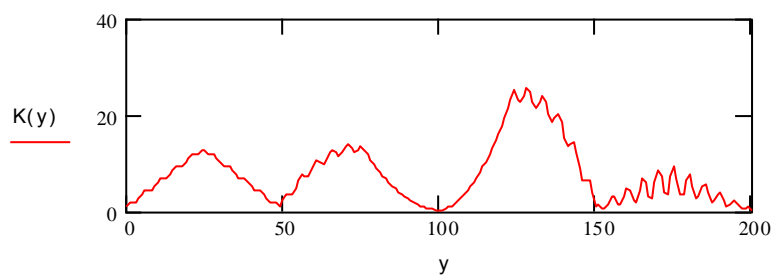


Зразок:

$$V(z) := \cos(2 \pi f z)^2; \quad z := 0, 1..25$$



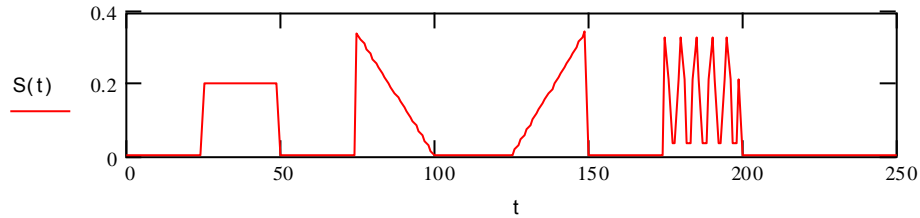
$$K(y) := \sum_{x=0}^{25} s(x+y) V(x) \quad y := 0, 1..200$$



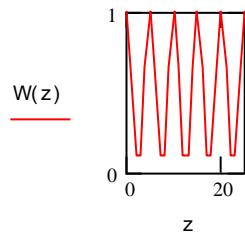
Б. Нормування за ефективним значенням

$$R(t) := \frac{r(t)}{\left(\sum_{t=25}^{50} r(t)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad U(t) := \frac{u(t)}{\left(\sum_{t=75}^{100} u(t)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad V(t) := \frac{v(t)}{\left(\sum_{t=125}^{150} v(t)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad \Xi(t) := \frac{\xi(t)}{\left(\sum_{t=175}^{200} \xi(t)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

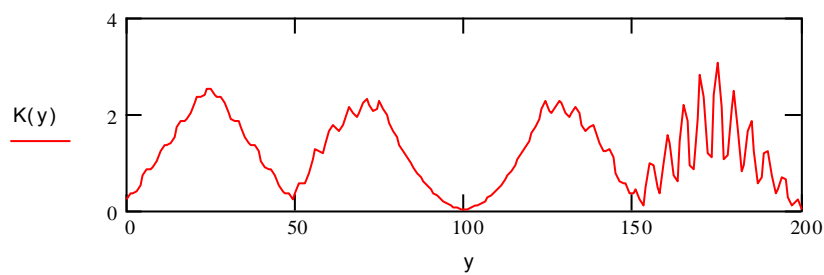
$$S(t) := R(t) + U(t) + V(t) + \Xi(t)$$



$$W(z) := \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot z)^2 \quad z := 0, 1..25$$



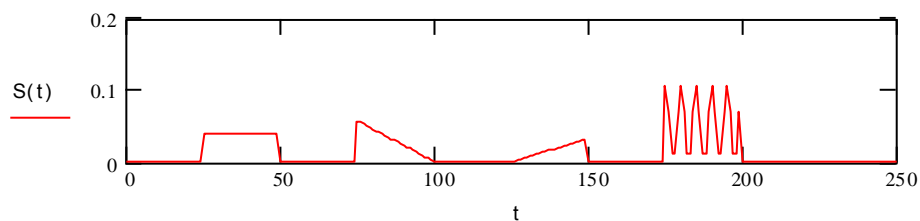
$$K(y) := \sum_{x=0}^{25} S(x+y) W(x) \quad y := 0, 1..200$$



В. Нормування за енергією

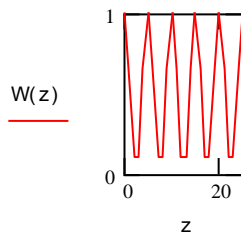
$$R(t) := \frac{r(t)}{\sum_{t=25}^{50} r(t)^2} \quad U(t) := \frac{u(t)}{\sum_{t=75}^{100} u(t)^2} \quad V(t) := \frac{v(t)}{\sum_{t=125}^{150} v(t)^2} \quad \Xi(t) := \frac{\xi(t)}{\sum_{t=175}^{200} \xi(t)^2}$$

$$S(t) := R(t) + U(t) + V(t) + \Xi(t)$$

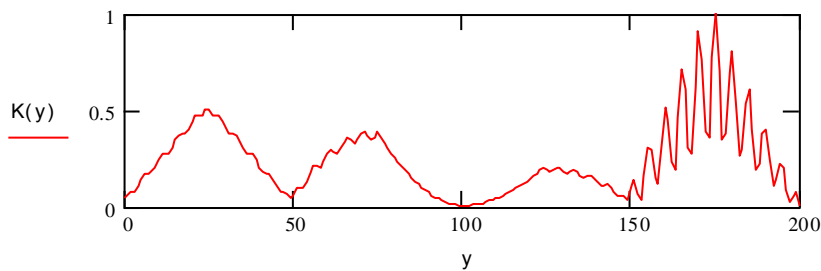


$$W(z) := \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot z)^2$$

$$z := 0, 1.. 25$$



$$K(y) := \sum_{x=0}^{25} S(x+y) W(x) \quad y := 0, 1.. 200$$



3 КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ВИЯВЛЕННЯ

3.1 Виявлення повністю відомого сигналу.

3.1.1 Постановка задачі:

Нехай у нас є відрізок гармонічного сигналу $\cos(2\pi ft)$ який необхідно виявити (рис. 1.1), і шум з нормальним розподіленням і середньоквадратичним відхиленням $\sigma = \sqrt{D} = 0.2$ – рис. 1.2. Прийемо $f=2000$ Гц та змодельємо адитивну суміш сигналу із шумом (рис. 2.3). Задача полягає в створенні алгоритму знаходження відрізка гармонічного сигналу, що маскується шумовою завадою.

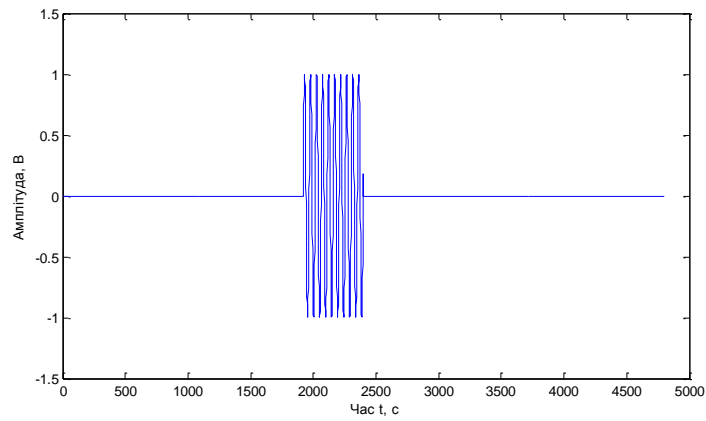


Рис 1.1

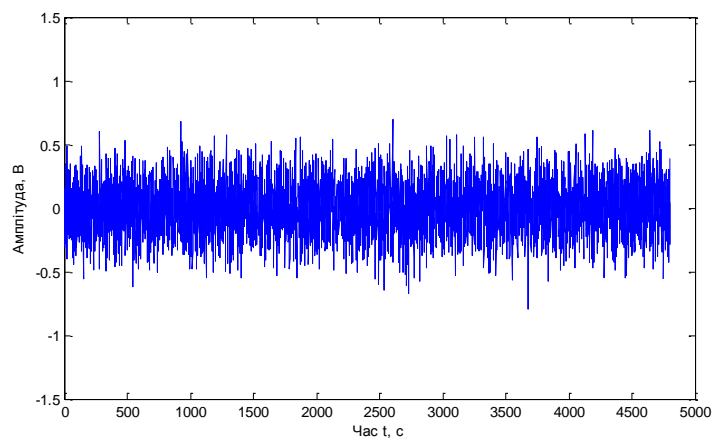


Рис 1.2

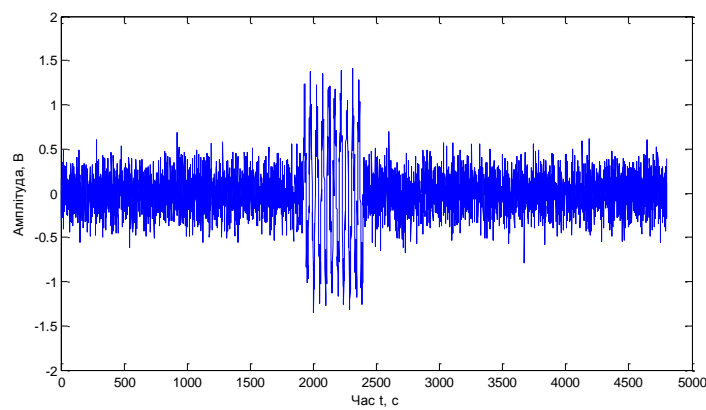


Рис 1.3

Суть методу виявлення відрізка гармонічного сигналу на тлі шуму полягає в тому щоб сегментувати відрізок суміші сигналу із шумом (рис 1.3), і для кожного з отриманих сегментів обрахувати спектральну щільність потужності. Через випадковість і незалежність фаз спектральних складових шуму, у результаті для ділянок суміші, де

міститься лише шум, буде отримано оцінки спектру із приблизно однаковими рівнями спектральних компонентів. Натомість у сегменті суміші, де міститься шуканий сигнал, ми побачимо «сплеск» на частоті, що відповідає частоті гармонічного сигналу. Таким чином, шляхом спектрального аналізу сегментів суміші можна виявляти імпульс із гармонічним заповненням, одночасно оцінюючи момент появи імпульсу та його частоту.

З точки зору практичного застосування, це означає, що є можливість створення алгоритму виявлення сигналу, відбитого від рухливого об'єкту, із одночасним оцінюванням дистанції до об'єкту та швидкості його руху.

3.1.2 Метод обрахування

Спектральну щільність потужності будемо обраховувати за допомогою кореляційної функції.

Суть методу полягає у тому що ми маємо розбити сигнал на деяку кількість сегментів (наприклад 10), кожний сегмент домножити на допоміжний сигнал ідентичний тому що необхідно виявити. Далі результат треба проінтегрувати і взяти його модуль.

Математично це виглядає наступним чином:

$$|F(f)| = \int_0^T x(t) \cdot \cos(2\pi f t) dt.$$

Структурна схема алгоритму:

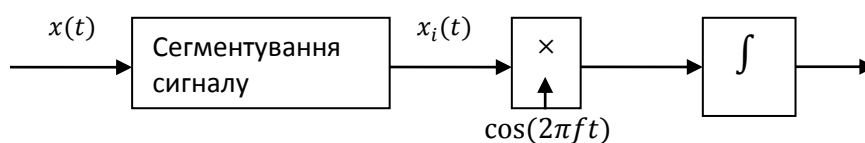


рис 1.4

Результат отриманий за допомогою програми Matlab

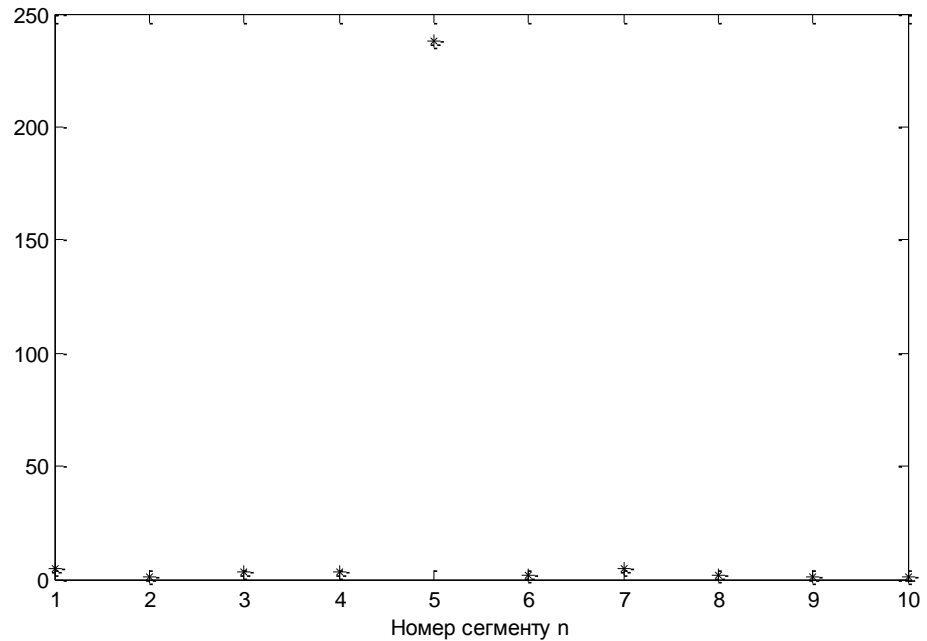


Рис 1.5

На рис 2.5 зображений результат описаного методу. З рисунку видно що у п'ятому сегменті присутній шуканий сигнал.

Висновок: Описаний алгоритм ідеально спрацьовує, але треба визнати що розглянута модель є дуже спрощеною, відносно реальної ситуації. Окрім того, на перший погляд вона взагалі не приносить ніякої користі, адже можливо отримати бажаний результат лише у випадку коли ми знаємо частоту і початкову фазу прийнятого сигналу. У реальній ситуації виявлення рухомих об'єктів ми цього знати не будемо.

У подальших пунктах будуть розглянуті модернізації приведенного методу, з метою наближення його до реальної ситуації.

3.2 Виявлення сигналу з невідомою початковою фазою.

У попередньому пункті було розглянуто виявлення відрізка гармонічного сигналу на тлі шуму з повністю відомими параметрами – частотою і фазою. Але, як було зазначено, це занадто ідеалізована ситуація, яка з дуже малою ймовірністю трапиться у житті. Тому існує

дещо модернізована методика. Суть її полягає у додаванні в алгоритм на рис 1.4 другої гілки - синусної. При цьому схема набуває наступного вигляду:

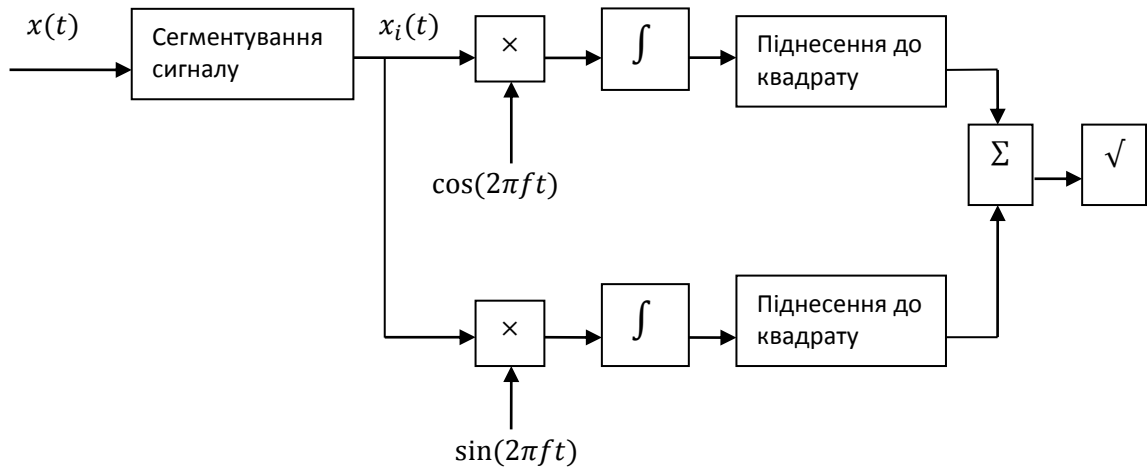


рис 2.1

Очевидно що якщо прийнятий сигнал буде синусом, то ми побачимо таку саму картинку як і на рис 1.5. У цьому випадку на виході косинусного каналу отримаємо:

$$\int_0^T \cos(2\pi ft) \cdot \sin(2\pi ft) dt = \frac{1}{2} \int_0^T (\sin(2\pi ft - 2\pi ft) + \sin(2\pi ft +$$

$2\pi ft))$; очевидно що результатом цієї дії буде маленьке число, в порівнянні з результатом дії у паралельному каналі. А після піднесення його до квадрату (див рис 2.1) похибка буде ще меншою. Проміжна ж ситуація, коли прийнятий сигнал - ні явний косинус, ні явний синус, дасть наступний результат:

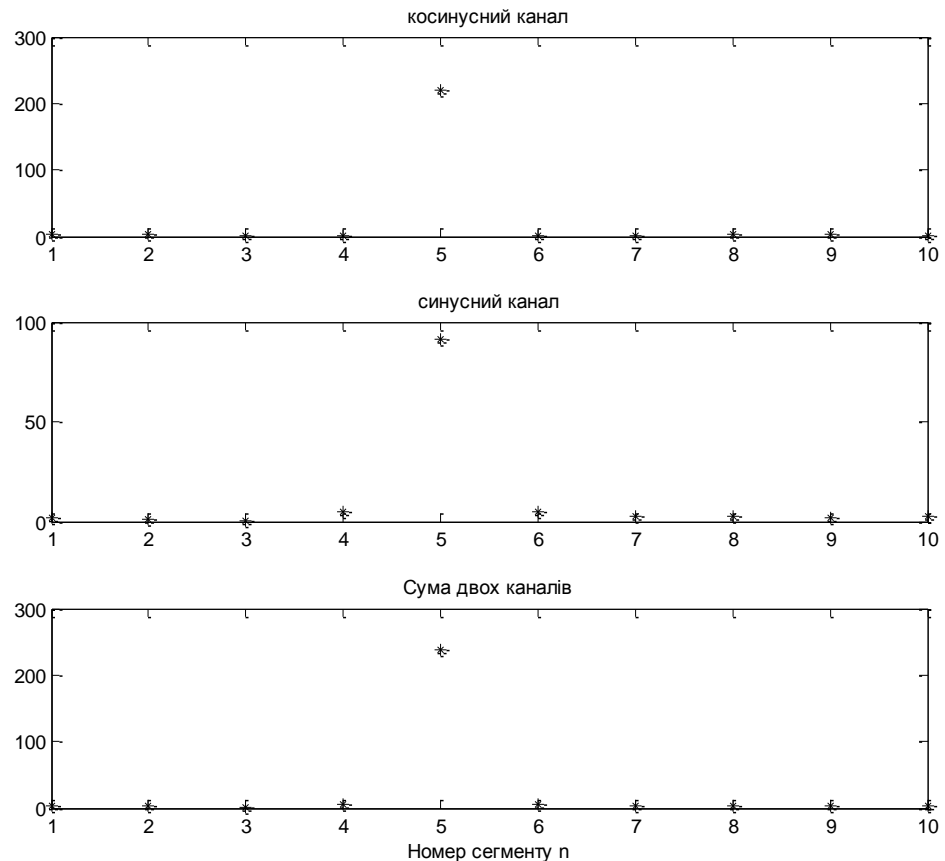


рис 2.2

Висновок: розглянутий у даному пункті алгоритм з виявлення відрізка гармонічного сигналу з довільною початковою фазою на тлі шуму працює доволі добре. Але запропоновані умови експерименту все одно далекі від тих з якими зустрінеться наш пристрій у реальному житті. Ми все ще не маємо можливості «перевірити» частоти відмінні заданої у пункті 3.1.1.

З урахуванням того що наш детектор має виявлювати рухомі об'єкти, то і очевидно що ми не знатимемо наперед частоту, яка відіб'ється від цього об'єкта і прийде назад. Тому необхідно «просканувати» деяку широку полосу частот і тільки тоді можна буде говорити про те що ми виявили рухомий об'єкт. Тут нам на допомогу приходить швидке перетворення Фур'є.

3.3 Виявлення сигналу з невідомою початковою фазою і частотою.

Алгоритми, розглянуті у попередніх двох пунктах (3.1 і 3.2) виявляли відрізок гармонічного сигналу тільки на заданій, тобто відомій наперед частоті. Наша ж задача модернізувати схему таким чином щоб була можливість «проходити» одразу багато частот, адже у житті ми її наперед не знатимемо. Тобто умовно схема шуканого алгоритму виглядатиме наступним чином:

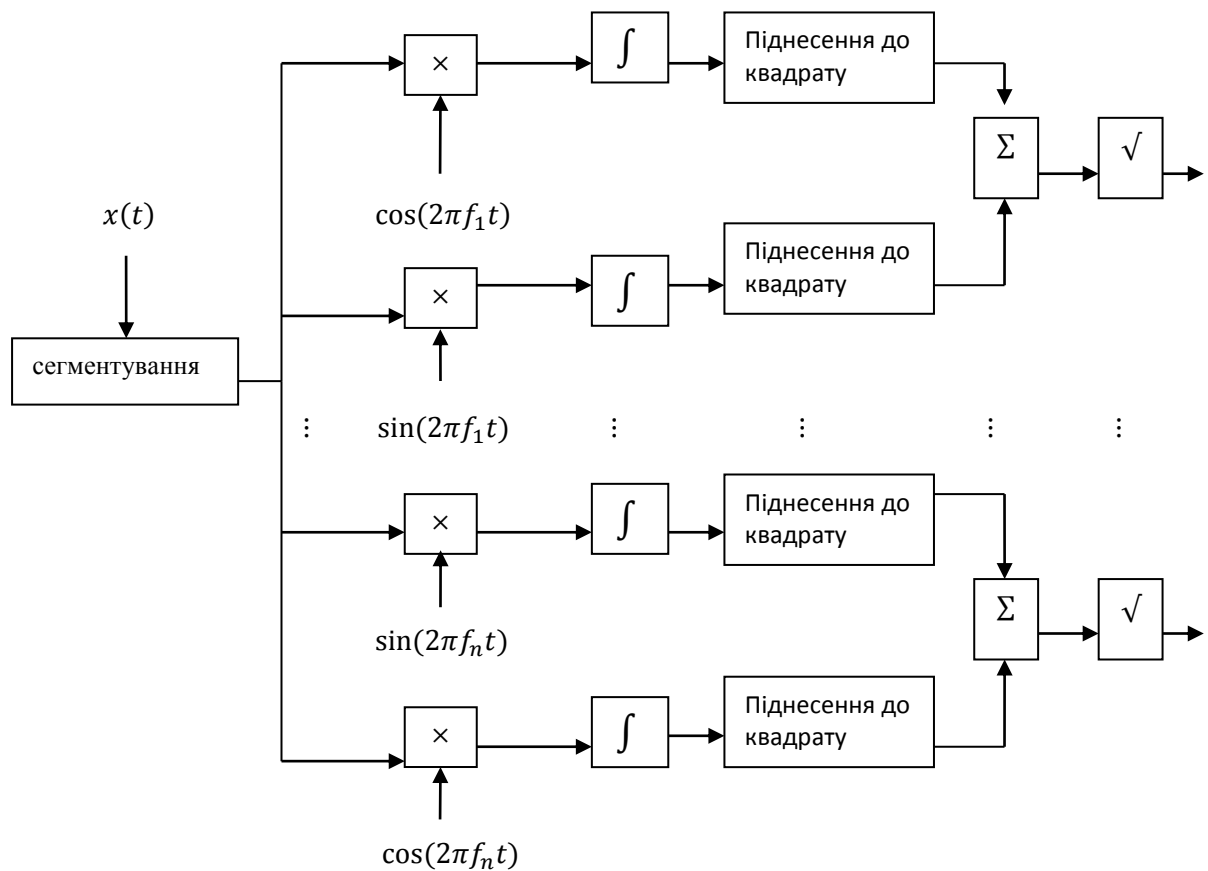


рис 3.1

Де f_1, f_2, \dots, f_n частоти які перевіряються.

Функція, яка практично здатна виконати даний алгоритм – швидке перетворення Фур'є:

$$|F(f)| = \int_0^T x(t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi f t} dt$$

Результат роботи програми (написаної у Matlab) яка реалізує даний алгоритм приведено на рис 3.2

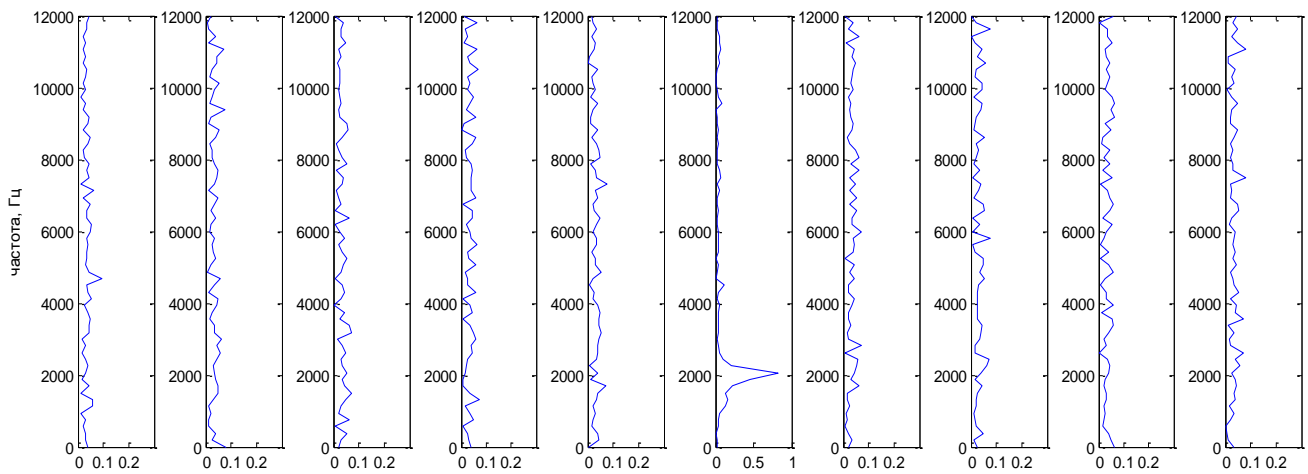


рис 3.2. спостерігаємо сплеск у 6-му сегменті на частоті $f=2000$ Гц

Висновок: У пункті 3.3 ми привели модель для виявлення гармонічного сигналу на тлі шуму, яку вже можна використовувати безпосередньо у пристрої з виявлення рухомих об'єктів. До речі, існує альтернативний метод виявлення фрагменту гармонічного сигналу на тлі шуму. Основна відмінність другого методу від полягає у предметі оцінки. Відрізок часу в якому присутній фрагмент гармонічного сигналу точно так само розбивається на сегменти, але аналізується дисперсія сегментів. Важливо зазначити, що при такій оцінці втрачається можливість визначити прийняту частоту, а отже втрачається і можливість визначення швидкості і напрямку рухомого об'єкта. Більш того, рівень сигналу при цьому має бути обов'язково більше ніж рівень шуму, інакше сигнал просто замаскується завадою. Використання цього методу є можливим, але через свої обмеження є недоцільним в наших умовах. Тому практичніше буде користуватись методом розглянутим у п.3.3

Наступною важливою задачею буде визначення порогу при перетині якого буде прийматися рішення про наявність сигналу.

3.4 визначення порогу U_0

Для початку розглянемо зв'язок між імовірністю хибної тривоги F та відносним порогом $l_1 = \frac{U_0}{\sqrt{N_0 E}}$. Цей зв'язок описується виразом: $F = \frac{1}{2} [1 - \Phi(l_1)]$. Де $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

Звідси: $l_1 = \frac{U_0}{\sqrt{N_0 E}} = \arg \Phi(1 - 2F)$

$U_0 = \sqrt{N_0 E} \cdot \arg \Phi(1 - 2F)$, де $\arg \Phi(x)$ – функція обернена по відношенню до $\Phi(x)$

Обрахуємо U_0 :

$$N_0 = \frac{\sigma_u^2}{f_s} = 1.67 \cdot 10^{-4} \frac{B^2}{c} \quad E = \frac{A^2}{2} = 1 \frac{B^2}{c}$$

$$\arg \Phi(1 - 2F) = 3.3612$$

$$\text{Таким чином: } U_0 = \sqrt{1.67 \cdot 10^{-4}} \cdot 3.3612 = 0.43 \frac{B^2}{c}$$

$$\text{Порівняємо } U_0 \text{ та } N_0: \quad 10 \lg \frac{U_0}{N_0} = 24.1 \text{ дБ}$$

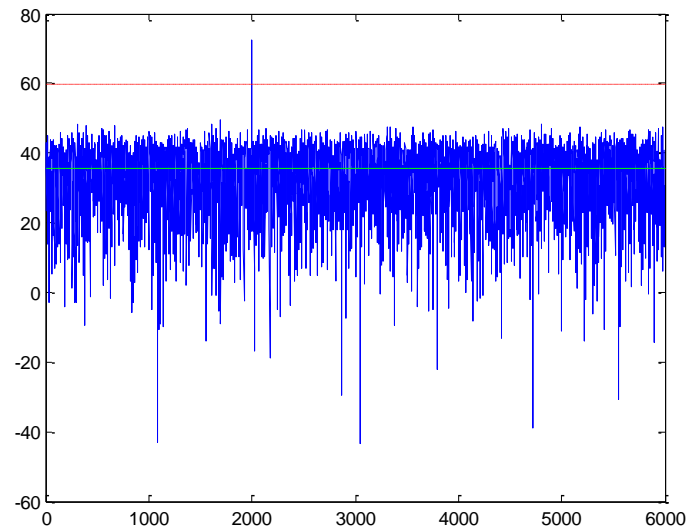
Код у Матлабі:

```
clear
clc
Fs=12000; dt=1/Fs; f0=2000; A=sqrt(2);
deltaU=24.1;
i=1:12000;
x=A*cos(2*pi*f0*i*dt+pi/2);
n=randn(1,12000);
u1=x+n;
nfft=12000;
u2=abs(imag(fft(u1,nfft)));
u2(6002:nfft)=[];
df=Fs/nfft;
```

```

f=0:df:Fs/2;
N=nfft/2+1;
n0(1:N)=mean(u2(2500:nfft/2));
plot(f,20*log10(u2),f,20*log10(n0),'g', f,20*log10(n0)+deltaU,'-
.r')

```



ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

В роботі описаний алгоритм обчислень в охоронному пристрої для виявлення рухомих об'єктів. Був детально представлений метод виявлення гармонічного сигналу на тлі шуму за допомогою швидкого перетворення Фур'є. Також було проведено порівняння цього методу з альтернативним, основна відмінність якого полягає у предметі оцінки. Відрізок часу в якому присутній фрагмент гармонічного сигналу точно так само розбивається на сегменти, але аналізується дисперсія сегментів. Важливо зазначити, що при такій оцінці втрачається можливість визначити прийняту частоту, а отже втрачається і можливість визначення швидкості і напрямку рухомого об'єкта. Більш того, рівень сигналу при цьому має бути обов'язково більше ніж рівень шуму, інакше сигнал просто замаскується завадою. Використання цього методу є можливим, але через свої обмеження є недоцільним в наших умовах. Тому практичніше буде користуватись методом розглянутим у п.3.3

Проведено аналіз поточного стану досліджень щодо виявлення рухомих об'єктів, а також виконано комп'ютерне моделювання алгоритму, який знадобиться у подальшому проектуванні датчика на базі мікросхеми Arduino. Одним з найважливіших напрямків подальшої роботи є безпосередня розробка самого пристрою з використанням усіх вищезазначених методів і алгоритмів.

У теперішній час проблема безпеки є однією з найактуальніших у житті кожного з нас. Тому розробка нових пристроїв і модернізація уже існуючих буде відбуватися ще тривалий час.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лёзин Ю.С. «Введение в теорию и технику радиотехнических систем: Учеб. Пособие для вузов.» - М.: Радио и связь, 1986. – 280 с.
2. Оптимальное обнаружение сигналов на фоне помех
[Электронный ресурс] <http://aprodeus.narod.ru/teaching.htm>
3. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>
4. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов.— М.: Высшая школа, 1983.

Додаток

```

k=10 %количество сегментов на которые будет разбиваться сигнал
Fs=24000; %частота дискретизации
dt=1/Fs;
f0=2000; %частота исходного сигнала
taua=10*Fs/2000; % длинна импульса = 10 периодам
t=10*taua; % весь отрезок времени = длине 10 импульсов
A=1; % амплитуда сигнала
l=1:taua;
imp=A*sin(2*pi*f0*l*dt+pi/17); % импульс
x=zeros(1,t); %нулевая матрица
n=6; %в каком сегменте будет находиться искомый
сигнал

x(taua*(n-1)+1:n*taua)=imp; % нулевой вектор с искомым сигналом
noise=0.2.*randn(1,t); % шум со средним отклонением 0.2
u1=x+noise; % сумма сигнала и шума
plot(1:t,u1)

NFFT = 2^nextpow2(taua);
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
U1 = fft(u1(1:taua),NFFT)/taua;
subplot(1,10,1)
plot(2*abs(U1(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])
ylabel('частота, Гц')

subplot(1,10,2)
U2 = fft(u1(taua+1:2*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U2(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])

subplot(1,10,3)
U3 = fft(u1(2*taua+1:3*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U3(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])

subplot(1,10,4)
U4 = fft(u1(3*taua+1:4*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U4(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])

subplot(1,10,5)
U5 = fft(u1(4*taua+1:5*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U5(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])

subplot(1,10,6)
U6 = fft(u1(5*taua+1:6*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U6(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 1 0 12000])

```

```

subplot(1,10,7)
U7 = fft(u1(6*taua+1:7*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U7(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])

subplot(1,10,8)
U8 = fft(u1(7*taua+1:8*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U8(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])

subplot(1,10,9)
U9 = fft(u1(8*taua+1:9*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U9(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])

subplot(1,10,10)
U10 = fft(u1(9*taua+1:10*taua),NFFT)/taua;
plot(2*abs(U10(1:NFFT/2+1)),f)
axis([0 0.3 0 12000])

```